

數學幫助我們穿透事物本質

洪萬生

台灣師範大學數學系

書名：刮風時，木桶商就能賺大錢？看穿事物本質的數學腦

作者：藤原和博、岡部恆治

插畫家：長濱孝廣

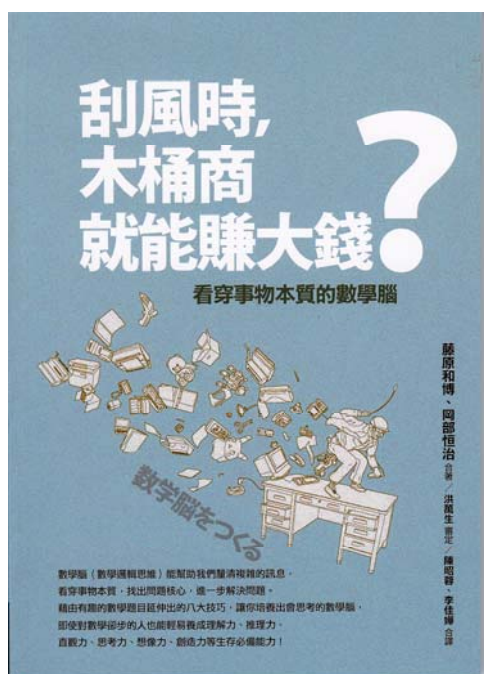
譯者：陳昭蓉、李佳嬅

出版社：世茂

出版年份：2009

出版資料：平裝本，共 203 頁

國際書碼：ISBN 978-957-776-982-4



一、前言

本書是岡部恆治與藤原和博合撰的一本數學普及著作，是延續岡部恆治從 2001 年以來有關數學腦的書寫。2001 年，岡部恆治出版《訓練思考能力的數學書》。2006 年，他又與桃崎剛寿出版《數學腦》，然後，就是 2007 年出版的這一本《刮風時，木桶商就能賺大錢？看穿事物本質的數學腦》。前述都指日文版，至於中譯本，則分別出版於 2003、2007 和 2009 年。

本書合作者藤原和博的生涯十分精彩，他從 2003 年才開始擔任公職：東京都杉並區和田中學校長。在這之前，他則是任職於 Recruit 公司（應該是獵人頭公司）。他曾以生活周遭所發生的事物為題材，發行《人生的教科書》、《現實世界》等叢書，在日本教育界頗受矚目。他目前也擔任「現實世界」課程的實施輔

導員，「希望能夠將『現實世界』的實際情況，更確實地融入學校課程」，由此可見，岡部恆治與他或前述的桃崎剛壽合作，都示意在現實情境中「普及」中學數學知識。

至於本書的日文原書為何名為「刮風時，木桶商就能賺大錢？看穿事物本質的數學腦」呢？事實上，這一典故取之於《成語林》：

颳起大風時，因沙塵進入眼睛，使人不斷揉眼導致失明的人大增。這樣一來，彈奏三味線維生會變多（在日本大多數視障者的職業）。於世製琴所需貓皮的需求量增多，只得殺貓取得，造成貓隻數目減少，一旦貓隻減少老鼠就會增加，而被咬壞的木桶也因此變多。那麼，木桶商的訂單就會如雪片般飛來而賺得大錢。

又，本書之中譯者李佳嬅（東京大學數學史博士候選人）、陳昭蓉（東京工業大學工業設計博士）都是本系的傑出系友，我有機會幫忙審定譯稿，實在與有榮焉。歡迎讀者一起來分享岡部恆治及其團隊的科普反思與心得。

二、內容簡介

在本書〈前言：為什麼要學習數學呢？〉中，藤原和博說明：「本書討論的數學，是國中『選修數學』和高中『基礎數學』應該涵蓋的範圍。」然而，正如他所強調：「本書的目的不只是解題。作者透過精心安排，將書中談到的數學主題，和我們在『現實世界』裡發生的事物或現象相連結（建立關係）。」至於本書最終目標，則是希望「可以回答孩子們經常提問、而且最讓人難以回答的問題：為什麼一定要學習數學呢？」因此，藉由本書八大技巧，作者邀請讀者一起來鍛鍊數學思維。尤其對那些曾經討厭數學、碰到數學就頭大、或者對數學敬而遠之的上班族和家庭主婦等等而言，「本書的誕生，就是為了讓你與『現實世界』裡實際發生的數學能夠更加順暢溝通。」

除了〈前言〉（由藤原和博書寫）之外，本書共分八章，目錄依序如下：

- 第1章 真的不同類嗎？
- 第2章 糞便凸出法則
- 第3章 山手線之謎
- 第4章 火柴棒遊戲
- 第5章 獨裁者的錯估誤算
- 第6章 比劍還強的鉛筆
- 第7章 用想像力打敗敵人
- 第8章 驚人的類推

在每章前半部，都由岡部恆治負責提問和解題，並進行相關且適當的高觀點統整（按中學生可以理解的程度），至於後半部，則由藤原和博負責說明看穿事物本質的數學腦之技巧，以及它們如何分別地與現實世界的問題互相連結。在這八章中，藤原依序所歸納得到的八大技巧依序是：區別技巧、靠邊技巧、捨棄技巧、合併技巧、簡化技巧、直觀技巧、近似技巧，以及類推技巧。

第 1 章討論分類，岡部在問題 1-1 中提出四個（幾何）圖形，詢問哪個圖形和其他圖形不同類？接著，在介紹區別的判準（或本書所說的「檢驗項目」）之前，岡部引述了德國十九世紀大數學家克萊恩 (Felix Klein) 的變換群不變量 (invariant under transformation group)，說明不改變本質的變形之意義：「幾何學（也可說是數學）是由變換群來決定的。」不過，他也強調：

請不要被「變換群」這種艱深用語嚇到了。簡單來說，這段話的意思就是：「數學為可容許的變形方式」。至於「可容許的變形方式」，則可以用下述例子說明。要計算複雜圖形的面積時，可以在不改變面積的情況下，將圖形變形為較容易計算面積的單純圖形（例如長方形）。

顯然，克萊恩的主張啟發了岡部，讓他從「制高點」闡明了數學的真諦：

數學的任務，就是針對要分析的事物，判斷出它的「本質是什麼」，而在不改變本質的前提下變形，將問題轉化為較簡單的形式。

在問題 1-2、1-3 中，岡部實際運用克萊恩的想法，來說明解題的技巧，無非在某些變形下，圖形的面積保持不變！

現在輪到藤原和博的連結。他從岡部所強調的同類或不同類之對比看出：這其實就是指觀點改變，情況就會發生變化，因此，靈活思考十分必要。於是，他就以下列例子，說明分類的不同及其各自的意義：

假設你面前站著三個人：一個上班族模樣的男性、一個媽媽帶著一個小男孩。如此一來，分類判準可按性別或大人/小孩。然而，藤原指出：在麥當勞行銷人員眼裡、對於香菸公司乃至小說家而言，這些分類可能代表了完全不同的意義。因此，「透過思考不是同類的問題，可以從許多不同的角度看待事物。從各種方向觀察事物的技巧，不論是在解決問題的時候或者開發新產品的時候，同樣都能提拱你幫助。」

在第 2 章中，岡部介紹卡瓦列利原理的特例 — 所謂的「糞便凸出法則」。並提及裸奔始祖阿基米德的浮體原理、零和競賽，以及浣腸減肥等例證。藤原隨即將這種原理的應用稱作「靠邊技巧」，其中，他從卡瓦列利原理得到啟發，探索舒適住宅的本質，並論及廚房空間和洗碗機的關係，以及合作住宅的智慧。

在第 3 章中，岡部利用交通路線圖（山手線）所引出的一筆畫問題，討論數學的抽象化：「捨棄法則」。一開始，岡部現身說法，提及他父親的搭車經驗：

我父親住在北海道的札幌，他很喜歡四處旅行，不過個性比較頑固，總是堅持一個原則：「同一個地方不經過 2 次」。這項原則當然有合理的部份，因為他可以享受多種不同的風光；可是，對旁人來說確實造成不少困擾。

這是引起動機，相當令人感到親切。此外，他還提及非常切題的尤拉（或歐拉）七橋問題，以及著名的運動用品 NIKE 的商標，如何將羅浮宮勝利女神雕像的翅膀抽象化而得。在藤原的連結這一部份，他特別強調把社會現象「抽象化」，就不會被多餘的資訊搞得團團轉！這是因為資訊太多（譬如空照圖）反倒理不出頭緒，因此，為了看穿本質而必須將問題「抽象化的技巧」，其實就是「捨棄技巧」。還有，藤原指出漢字「命」和其他的人體文字（象形字）是一種抽象化，甚至於

公司的社訓也是抽象化的終極表現。

在第 4 章中，岡部從火柴棒遊戲又一次討論圖形之分類，然後，再度強調：如果沒有確實掌握問題的本質，採取適當的分類方法，分類時，一定會越分越混亂。由此可見，分類的時候同樣要逼近問題本質。

至於機器之辨識郵遞區號，就是一個最佳應用例：「要讓機器讀取郵遞區號之類的數字時，這種分類法就能發揮很大的效用。」在藤原連結這一部份，他從火柴棒遊戲的合併和分離變化中，提出「合併原則」。最後，他指出：在現實世界中，合併思考法是企劃人員極具威力的武器。

在第 5 章中，岡部以問題 5-1 來引起動機：

某國的獨裁者知道人民越來越喜歡足球，所以，他下令：「我們自己也來舉辦足球的單淘汰賽吧！」他還說：「既然要舉辦比賽，就作大規模的長期對抗賽，每個隊伍不贏 100 場就不能得勝（當然落敗時就必須被淘汰）。就這麼辦吧！」

(1) 總共有幾場比賽呢？

(2) 每一場比賽都提出一張選手名單的話，所有的名單疊起來會有多高呢？

岡部提示：每張紙的厚度是 0.01 公釐。為了解決問題 5-1(1)，岡部簡化問題，然後再利用類推方式求得(1)之答案為 $(2^{100} - 1)$ 場比賽，至於(2)的答案則是 10^{22} 公里，比宇宙的盡頭 9.4×10^{21} 公里還大呢。在這些計算過程中，岡部引進了指數律來進行概算 $(2^{100} \doteq 10^3)$ ，也呼應了本章主題：簡化技巧！至於藤原的連結，則是舉例說明「面對數學難題的態度，和面對社會難題的態度是相同的。」

在第 6 章中，岡部利用下列問題 6-1 來引起動機：

想像現在有一條和山手線一樣，每繞一周就回到原處的鐵路，這樣的軌道只用圓弧和線段就可以做成。如果軌道的寬度是 1.5 公尺的話，軌道內側的周長和外側的周長相差多少公尺呢？

岡部將這一問題的解連結到三角形、乃至於（封閉）折線形的內角和之計算，巧妙地「旋轉」鉛筆，以培養直覺力。藤原則是引述品川女子學院的一位學生如何詮釋上述問題 6-1：

藤原老師，這個軌道的問題就像之前學的一樣，只要想像軌道可以用橡皮筋做成，那無論是怎樣崎嶇的軌道，只要試著把它伸展開來就會跟兩個重疊的圓一樣吧？

「因此，不用逐一計算角度，只要將它當成圓就會得到 $2\pi \times 1.5$ 公尺（軌道的寬度）吧！」

第 7 章的數學主題是 Pappus-Guldinus 定理，正如同第 2 章的卡瓦列利原理一樣，「都是轉換成近似視覺上的東西以幫助看穿事物本質的技巧之一」。因此，「如果我們想辦法變換成近似的形狀，就可以將複雜的問題變簡單。數學的迷人魅力就在這裡。」在岡部的解說部份中，他提及阿基米德導出圓錐的體積公式之著眼點。由於圓錐的底圓可以正多邊形來近似，因此，正九十六角錐的底面，也正是正九十六邊形，幾乎可以說是近似圓形狀，於是，正九十六角錐幾乎近似

於圓錐。「換句話說，無論錐體的底面是多角形還是圓形，思考的方法都一樣，對吧！」

至於藤原有關近似技巧的連結中，他則是強調：「在數學上是『近似技巧』，而在言語上是『比喻技巧』。與其將概念直接講出來，藉由比喻反而更可以強烈地看穿其本質。想想看，這是多麼不可思議的事啊！」顯然，他善用了數學教育中的比喻 (metaphor) 方法，並且指出近似技巧能夠加強溝通能力。

本書第 8 章 (最後一章) 的主題是類推 (analogy)。岡部從砝碼稱重的問題，類推到等比級數的求和公式，然後指出：「數學課裡常常會有很多公式。但不是只有死記公式，大家也要像這樣注意公式的背景由來，如此一來，說不定可以接觸數學的神秘面呢？」在藤原這一邊，他則是認為數學思考的技巧不僅可以「看穿事物本質」，同時也是一種「看穿未來的能力」—亦即由已知類推未知的能力，因此，他才會經常對孩子說：「數學是將未來掌握在手中的能力。」

三、評論

本書延續了岡部的科普書寫風格，亦即就近取譬，直指核心，而且文筆活潑生動，總是可以發人所未發，非常值得我們效法。在岡部的科普著述中，本書的主要特色之一，乃是藤原有關人文社會、企業管理等面向的連結與補充，使得數學普及書寫表現了更深一層的意義，實在是難得一見的創新。總之，本書是利用八大巧來培養數學腦，以便幫助我們可以隨時隨地看穿事物的本質。

優秀數學科普作品的指標

指標以五顆星☆☆☆☆☆為最高品質。

1. 知識的實質內容 (Intellectual substance of knowledge)

- (1) 認識論面向：☆☆☆
- (2) 方法論面向：☆☆☆
- (3) 歷史或演化面向：☆☆☆
- (4) 哲學面向：☆☆☆☆
- (5) 教育改革面向：☆☆

2. 形式或表達 (Form or representation)

- (1) 創新手法：☆☆☆
- (2) 數學知識的洞察力 (或洞識)：☆☆☆
- (3) 歷史事實的洞察力 (或洞識)：☆☆☆
- (4) 異文化的啟蒙意義：☆☆
- (5) 忠實可靠的參考文獻：☆☆
- (6) 敘事的趣味性、可及性與一貫性：☆☆☆
- (7) 中譯本的品質：☆☆☆

3. 內容與形式如何平衡 (Balance in Content vs. Form)

- (1) 青少年層次：☆☆
- (2) 一般社會大眾：☆☆☆

4. 摘錄本書最精彩片段 (excerpt from the most exciting passage) :

「數學學力低落」和「國文學力低落」是兩個類似問題的理由之一是，孩子們周遭的社會已經充滿便利商店和自動販賣機，這些便利化、自動化的現象可能都是問題的根源。

換句話說，在這個世界上，只要身上有錢，不說話也能買東西的情況已經越來越普遍了。不論是在超級市場、電玩店、影音光碟出租店，顧客都已經不需要自行計算價錢或討價還價。因此，計算能力低落和社會性人際溝通逐漸退化的情況，有著非常密切的關聯。(頁 28)