

書評：吐嘈學數學

蔡育知

台灣師大數學系畢

書名：吐嘈學數學

作者：新井紀子

譯者：陳嫻若

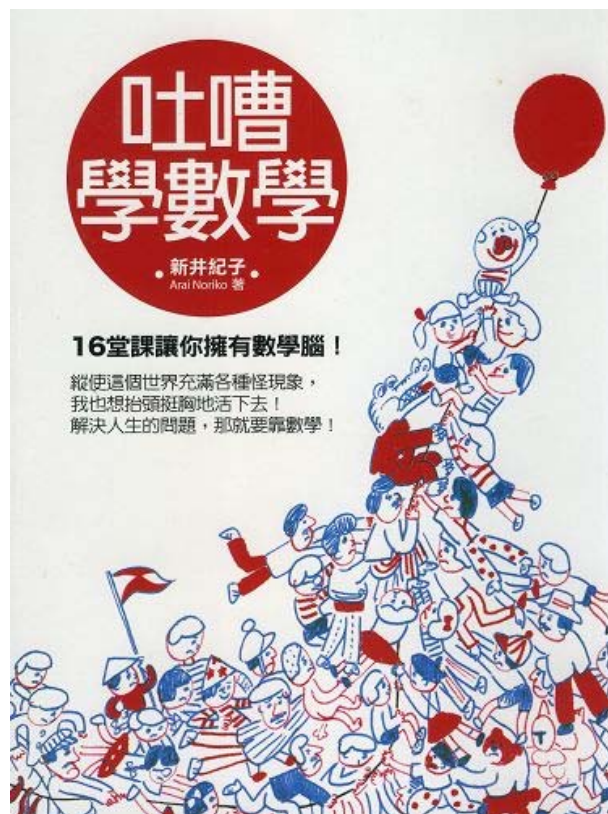
出版社：如果出版社

出版日期：2009年7月

出版資料：平裝 220 頁

定價：新台幣 260 元

ISBN：978-986-6702-41-9



一、前言

文獻記載最早的數學學習對話，應源自柏拉圖的《米諾》。大家或許還依稀記得蘇格拉底與米諾 (Meno) 的對話，面積的概念在蘇格拉底的問話與和米諾、僕人交互的對話後釐清了許多，本書正是以這樣對話的方式寫成，只是背景

略顯差異，本書的主角為新井紀子和數名學生。看新井紀子如何以一個「討厭青椒、討厭椿象、討厭跑操場十圈的的馬拉松，但都比不上討厭數學」(頁 7) 的數學老師，用過來人的經驗和學生討論數學，讓學生從中了解多種數學概念。尤其本書所討論的主題大都是一般學生最不容易理解的：負數乘法、無限、機率、三角函數等。也因此此書寫來非常難能可貴。同時，此書的發表也讓大家知道，什麼是理解？以及「吐嘈」也是學好並活用數學的方法之一。

二、內容簡介

《吐嘈學數學》為一對話式的數學普及讀物，每一章節的內容為一堂課，每堂課都接續著上一堂課的討論繼續下去，全書共十七堂課。

第一、二堂課從乘法切入，並釐清什麼是乘與負數的意義？有沒有「貸款」×「貸款」？從中要大家看清楚數學結構，之後接連第三堂課的討論，討論“無量大的數”與生活週遭的無限是否真的是無限？宇宙是否無限大等問題，第四課則延續第二章，用〈成為億萬富翁的方法〉為題來討論機率，很大數分之很大數是否足夠大，要不要買彩卷等問題。

第五到七堂課則從除法切入，討論數是否能夠整除還是循環小數，不循環的小數在數線上的位置，到數線中數列的端點（數線是條奇怪的線）。第八堂課〈四角形是什麼東西〉則從尋找四角形開始，討論到大學拓樸學的領域，最後說出四角形在拓樸的凹凸判別後的結果。

第九堂課則是新井紀子老師非常重視的“定義”，他曾在上課前就明白表示「我覺得在學校或社會，國人似乎都沒有鍛鍊『定義』和『為什麼』的能力。」(頁 16)，本堂課在討論的過程不止強調定義，亦使用設計電腦遊戲的“程式(命令)”，運用到“演算法(作業順序)”與最後的“終止條件”等，交代了整個遊戲過程的起始。



《圖一》定義遊戲(頁 115)。

第十、十一堂課則是討論乘法，乘法的估計該如何估計，乘法的結構拆解，到最後的累乘與了解指數成長的恐怖等等；十二、十三堂課的內容則是圖形與函數，當掌握圖形的特徵，了解斜率是什麼東西之後，就要學會預測圖形，而在十三課也有些不能計算的函數圖形必須預估其形狀，十四、十五堂課則討論到大家最討厭的三角函數，並用電腦的運用泰勒展開式的方式，以估計來說明 $\sin x$ 的繪製，第十六堂課則挑戰歐拉公式 $e^{\pi i} + 1 = 0$ ，延續十三堂課所講的指數律、第十五堂課講的三角函數，使用到指數夾擠估計大小。



《圖二》檢查數學結構(頁 37)。

最後一堂課則從有理數、無理數略述了代數數與超越數，在討論到了解自然數的最好辦法，只有以邏輯才能了解其完整形象。此十七堂課就此完整結束，從第一堂到第十七堂，堂堂連貫，完整的串聯，不但有〈上課之前〉還有〈最後一堂課〉，就如一完整之教學計畫。

三、評論

初次看到在架上的《吐槽學數學》，一下子就吸引了我的目光，出版社很明顯的想凸顯作者吐槽學數學的嶄新方式，以吸引讀者目光，翻開其中的內容，全書主角除了老師與學生的輕鬆逗趣對話外，並未有艱深難懂的數學，也因此可將他歸類為趣味數學之中。

筆者粗淺的從歷史的角度切入，本書沒有任何歷史的論述，故對數學歷史、文化、或是哲學來說都不見得有幫助，但全書著重在對數學概念的釐清，故對數學學習有極大的幫助，尤其當學習是以提問的方式切入，學問的初始起自於好奇，解決問題更是科學發現的核心，如此方法正好是將學科中許多細部未能看清了解的地方弄清楚。



《圖三》國語與數學的關係(頁 77)。

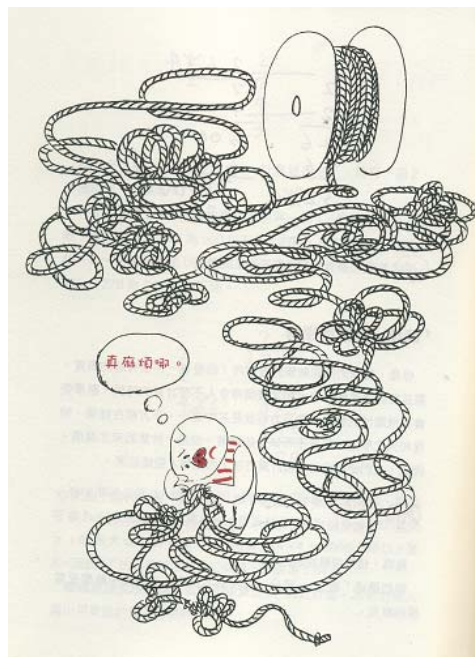
然而，當我們從一個台灣讀者的角度來看，卻發現許多日本和台灣異與同之處，例如第三堂課〈俳句的可能性無限大？〉，你可以發現日本的 50 音組成俳句與在中國定型的詩句 (如絕句、律詩) 在文學意涵上類似，當然求出詩句可能的方式也可比照，然而本章節在俳句的構成並未細部說明，也未加入漢字的可能，因此在計算上是有瑕疵的，當然也沒有考慮到日本台灣所共同崛起的新詩格式。第四堂〈成為億萬富翁的方法〉中提及日本當紅的〈巨寶樂樂彩〉，就可與〈台灣彩卷〉同樂，這些都片段的顯示日本環境在此兩方面的背景、生活型態等與台灣非常類似，不同點只

有這些生活權重上的差別而已。

而在數學階段學習中，從本書也可發現日本在數學學習上是比台灣更超前的，例如第 83 頁就提到她們高中三年級學的「數列的收斂」定義：

設一 a_1, a_2, a_3, \dots 數列，此時，對於任一正數 $\varepsilon > 0$ ，都存在一個 n ，而 m 可滿足所有的 $n < m$ ，則當 $|a_m - b| < \varepsilon$ 時，數列 a_n 即向 b 收斂。

很明顯的就超前過台灣高三學生的課程，這些雖然，而本書也明文提及「你們聽過『微分、積分』這兩個名詞嗎？這是高中數學很重要的單元」（頁 167），後頭並用國中所能理解的說法詮釋微積分，能看出與作者對話的學生多為國中階段的學生，也同樣希望吸引國中生來看此書，因此提昇部分數學概念到高中的課程，然而很令筆者訝異的是，微積分是對台灣的學生而言是高三“有可能”學到的，看完《吐槽學數學》，卻發現有太多是牽扯到台灣學生高三，或是大一才會學到的，顯然和日本的課程學習階層有異。



《圖四》「麻煩」創造微積分(頁 168)。

除了以上所述，筆者也必須讚揚“吐槽”式的學習，台灣的學習常常被人詬病為「填鴨式」，“吐槽”的學習不但使人更為全盤了解，在應用上也更能靈活。舉本書中第六堂課所提出的問題： $0.333\dots \times 3$ 等於多少？我們會發現無限的

世界是被邏輯構造出來的，為了符合邏輯，我們必須讓 $0.999\dots = \frac{1}{3} \times 3 = 1$ ，因為這樣「吐槽」的方式，很多諸如此類在數學上需要釐清的東西，在本書中都有了妥善的交代，並促進了學習者做進一步反思，而不會只有類似背誦的計算。

最後，本書的形式有如趣味課程，如果您是數研社的社團老師，也可參考此書設計課程，相信您會獲得很好的迴響。而筆者亦樂於推薦《吐槽學數學》給國、高中學生、數學教師以及喜歡細讀數學的人們品讀其中趣味。

參考資料

陳昭蓉 (1998).〈柏拉圖【米諾】中的數學哲學對話 (上)〉,《HPM 通訊》 2(12)。

上網時間：2009 年 11 月 10 日。網址：

<http://math.ntnu.edu.tw/~horng/letter/vol2no12d.htm>。

陳昭蓉 (1998).〈柏拉圖【米諾】中的數學哲學對話 (下)〉,《HPM 通訊》 3(1)。

上網時間：2009 年 11 月 10 日。網址：

<http://math.ntnu.edu.tw/~horng/letter/vol3no1b.htm>。

小川洋子 (2004).《博士熱愛的算式》(王蘊潔譯)，臺北：麥田出版社。

優秀數學科普作品的指標

評價方式：以五顆星☆☆☆☆☆為最高品質。

1.知識的實質內容 (Intellectual substance of knowledge)

- (1) 認識論面向：☆☆☆
- (2) 方法論面向：☆☆☆
- (3) 歷史或演化面向：☆☆
- (4) 哲學面向：☆
- (5) 教育改革面向：☆☆☆
- (6) 與自然科學、人文社會乃至生活經驗的連結：☆☆☆☆☆

2.形式或表達 (Form or representation)

- (1) 創新手法：☆☆☆☆☆
- (2) 數學知識的洞察力：☆☆☆☆☆
- (3) 歷史事實的洞察力 (或洞識)：☆☆
- (4) 異文化的啟蒙意義：☆☆☆
- (5) 忠實可靠的參考文獻：☆☆☆
- (6) 敘事的趣味性、可及性與一貫性：☆☆☆☆☆
- (7) 中譯本的品質 (若需要)：☆☆☆☆☆

3.內容與形式如何平衡 (Balance in Content vs. Form)

- (1) 兒童層次：☆☆☆
- (2) 青少年層次：☆☆☆☆☆
- (3) 一般社會大眾：☆☆☆☆☆

3.內容與形式如何平衡 (Balance in Content vs. Form)

- (1) 書名與內容配合：☆☆☆☆☆
- (2) 圖與文的配合適切性：☆☆☆

4.摘錄本書精采片段：



有理數和無理數是交叉排列嗎？

交叉排列的意思是，如果●是有理數，○是無理數的話，就會成為下圖，

.....●○○●○○●○○●○○●○○●○○●○○●○○.....

但是，很遺憾，你答錯了。知道錯在哪裡嗎？



嗯.....按照大小順序排成一直線，雖然很像數線.....



這個如果分成兩半，兩邊都沒有端點嗎？



哦！我想到了。數線切成兩半，只有其中一半沒有端點。



聽到「排成一列」很自然就想到這種排列方法。哇！好難哦！

別那麼沮喪嘛。多讓數線片你幾次，就會慢慢知道數線是什麼了。而且，除了這麼做之外，沒有別種了解數線的方法了。因為他本來就不存在於現實中嘛。(頁 107)