

你所不知道的伽利略

洪萬生

台灣師範大學數學系

一、前言

《追蹤哥白尼》(*The Book Nobody Read: Chasing the Revolutions of Nicolaus Copernicus*) 真的是一本慧心獨具的科普好書，作者金格瑞契 (Owen Gingerich) 在本書所展現的「學術、嗜好和生活三位一體的圓通境界」(引石云里教授語)，真是令人嚮往！不過，本書主軸雖然是哥白尼《運行論》(*De Revolutionibus / On the Revolutions of the Heavenly Spheres*) 第一、二版的藏書之追蹤故事，但是，作者也非常巧妙地「滲透」了一些科學史家的研究成果如「隱形學院」(第十一章)和「行星對命運和性格的影響力」(第十二章)，對於我們瞭解十六、七世紀西方科學的社會文化脈絡意義，有著相當大的幫助。

事實上，金格瑞契特別在本書中提及他「對於伽利略的新發現」，也就是伽利略 (1564-1642) 與占星術的關係。在十六、七世紀，占星術 (或占星學) 作為一門顯學，早已經是科學史或西洋史研究的老生常談，然而，在那些科學革命的英雄人物中，除了刻卜勒與牛頓對占星術 (astrology) 的著迷俱載史冊之外，其他人物如哥白尼或伽利略的之相關看法如何，則大都隱而未宣。因此，金格瑞契所提供的有關伽利略或哥白尼的占星關懷，真是大大地令人意外，因為伽利略就曾被推崇為締造近代世界 (modern world) 百傑中的第一人。譬如，曾任清華大學校長的徐暇生院士，就曾為伽利略《星際信使》中譯本 (徐光台教授執筆) 寫序時指出：相對於刻卜勒與牛頓而言，「伽利略是更現代的思想家」，顯然這是因為「刻卜勒或牛頓常為原始神秘的再現分心，而偏離我們今日認為的最有效的科學實踐，伽利略則不然。」

二、科學史家不相往來

一般歷史學者總是認為既然伽利略或哥白尼是科學革命的英雄人物，那麼，他們的「現代性」(modernity) 應該無庸置疑才是。然而，有關哥白尼與占星術的關係，還是曾經在科學史社群引起軒然大波！根據金格瑞契的報導，1973年在波蘭托倫市舉行哥白尼五百歲冥誕紀念活動時，主辦單位安排兩位知名的科學史家羅森 (Edward Rosen) 與哈特納 (Willy Hartner) 共乘一輛禮車，從華沙一起過來，結果兩人下車之後，再也不相往來。當時，紐約市立大學教授羅森是舉世聞名的哥白尼權威，¹至於哈特納則是歐洲頂尖的嚴密科學家 (historian of exact sciences)。因此，他們兩人的「立即」交惡，才會備受矚目。請參考金格瑞契對這一段插曲的簡要敘述：

¹ 筆者進入紐約市立大學就學科學史的那一年 (1985)，羅森教授恰好謝世，不過，筆者倒是未曾從師友聽過這一段插曲，儘管我們曾讀過他有關哥白尼研究的論述。

哈特納大膽表示，哥白尼和〔他的學生〕瑞提克斯可能討論過占星學，因為在《初論》〔後者的作品，原名 *Narratio prima*〕裡有一節，瑞提克斯起的標題是〈地上國度隨天界運動而變〉，還加了一句：「這個小圓正是命運之輪。」瑞提克斯會這樣寫，事前當然徵詢過老師的意見，但是對羅森來說，想像兩人有這樣的對話根本就是褻瀆。哥白尼在他眼裡是現代科學家的表率，完全不受「行星影響命運與性格」這類見解的污染。

然而，羅森畢竟錯了，因為金格瑞契在義大利佛羅倫斯，意外地發現一張伽利略為麥迪西家族科西莫大公所畫的未完成星盤。這張星盤附在他於 1610 年 1 月 19 日觀察月球所繪製的水彩圖的右下方。不過，它在二十世紀初義大利出版的伽利略著作書信集的國家版中，卻被「善意地」刪除了。金格瑞契評論說：

去掉星盤的動機不難理解，伽利略竟然會畫星盤，顯然只會動搖他「歷史上第一位真正的現代科學家」的英雄地位。

後來，金格瑞契又從佛羅倫斯科學史博物館，找到一份伽利略手繪星盤的彩色幻燈片，根據行星位置推算，其中有一個星盤日期應該是 1590 年 5 月 2 日，而這正好是科西莫大公的生日。顯然，伽利略繪製這張星盤，就是為了送給未來的贊助人。其實，伽利略在《星際信使》(*Sidereus Nuncius*) 中的獻辭中也提及木星在星盤裡的位置，並極盡奉承地歌頌：

我說，在殿下誕生時，木星已經穿過地平線的霧氣，位居中天，並從他所在的皇宮照亮了命宮圖的東角，正從那崇高的皇座上俯覽殿下最幸運的誕生，並將他的光彩與富麗傾注在最純淨的空氣中，使得已為上帝賜予高貴靈魂的柔小身軀，在初次呼吸時，就吸取了絕對的權力與權威。

金格瑞契還提及：伽利略不像刻卜勒對於占星術的始終如一，此後即未再提及占星術。不過，我們應該可以相信，後來成為麥迪西家族廷臣 (courtier) 的伽利略的職責之一，²絕對是為大公家人排星盤（或命宮圖）。

三、占星術之為用大矣

伽利略和哥白尼精通占星術，絕對是科學史上不爭的事實。這是因為在從中世紀開始，歐洲大學就開授所謂的七藝學科 (seven liberal arts)，其中包括了古雅典四學科—幾何、數論 (arithmetic)、³天文和音樂，⁴以及古羅馬三學科—邏輯、文法和修辭學。在這七藝連同其他包括自然哲學在內的訓練結束之後，亦即差不多完成了通識（或博雅）教育之後，學生再分別進入神學院、法學院和後來才加

² 伽利略的正式職稱為「宮廷數學家 (court mathematician) 兼自然哲學家 (natural philosopher)」。

³ 按現在的意義，arithmetic 是指小學算術。不過，從古希臘到近代歐洲，這一個文字主要都指涉數論 (number theory) 這一門學科。然而，由於十五、六世紀商人階級的興起，為了吸引他們的子弟就學，實用算術 (practical arithmetic) 逐漸納入大學課程內容，而這正是現代小學算術的前身。

⁴ 1541 年，哥白尼的學生瑞提克斯 (Georg Joachim Rheticus, 1514-1574) 與霍因霍德 (Erasmus Reinhold, 1511-1553) 擔任威登堡大學文科教授（共有四位），擔任四學科教學工作，由於霍因霍德資深的「高等數學」教授，所以，負責教授天文學課程，至於瑞提克斯則負責算術、三角和幾何。

入的醫學院，接受進一步的專業訓練，以便分別擔任神學、法學和醫學的工作。因此，當時歐洲大學「天文學課程的目的，就在於讓接受高等教育的學生懂得運用行星星表，用以計算行星的位置，為自己的贊助人排星盤。」哥白尼最早就讀的克拉考 (Cracow) 大學有兩名天文學教授，分別在人文學院與醫學院。後來，他先遊學到波隆納 (Bologna) 大學研讀法律，曾經寄宿在一位天文學教授家裡，後來，他再轉到帕度亞 (Padua) 大學遊學，研讀醫學，必修占星術當然不在話下。

何以醫學院學生必修占星術？這是因為它可以「教導準醫生利用星辰來做診斷」。或許哥白尼的同時代數學家卡丹諾 (Girolamo Cardano, 1501-1576) 的見證更加有趣。卡丹諾在 1545 年—即《運行論》初版 (1543) 後的第二年—出版代數經典《大術》(*Ars Magna / The Great Art*)，提出三、四次方程的解法，是數學史上的不朽貢獻。不過，他是(義大利)醫學院出身，先是就學帕維亞 (Pavia) 大學，再轉學帕度亞大學。卡丹諾一生行止頗富爭議，⁵他行醫期間沈迷賭桌，經常入不敷出，因此，他常為人排星盤以貼補家用。當時黑死病橫行，商人必須從疫區到非疫區做生意，於是，他們的星盤就發揮了現代的預防證明功能。另一方面，醫生在進行手術之前，通常求病人提供生辰資料，以利用星盤來安排手術時間，一旦失敗(比例高得嚇人)，則星盤可以作為醫生「卸責」的藉口之一，譬如在手術失敗後，辯說病人提供的資料有誤，連帶使得星盤誤導了手術時間和契機。

現在，回到哥白尼這一邊，讓我再看看金格瑞契所挖掘到的「哥白尼星盤」。根據他的研究，哥白尼出生於 1473 年 2 月 19 日下午 4 點 48 分。顯然，這並非鐘錶時間記錄，而是逆推的結果。「先根據月相回推九個月，再按時間往前推，理論上就可以掌握母親的受孕時間和其他訊息。」不過，在哥白尼身上，我們都無法找到他有興趣占星。我們可以確認他的學生瑞提克斯 (Georg Joachim Rheticus, 1514-1574) 對占星充滿熱情，因此，師生之間討論占星術再自然不過，何況占星學家(或占星術士)乃是《運行論》的顧客大宗。另一方面，金格瑞契也從刻卜勒的遺稿中，找到兩張他為自己所排的星盤，一張用的是出生時間，另一張用的是他母親受孕的時間。

四、歐幾里得典範

除了占星術之外，伽利略對歐幾里得《幾何原本》的著迷，也一樣值得我們注意。事實上，他曾經明確地指出數學在自然哲學研究中所必須發揮的作用：

自然哲學是寫在自來就擺在眼前的那一本大書上—我的意思是宇宙—假使我們不事先學會書中所寫的語言，並理解它所使用的符號，是無法理解的；其符號無非是一些三角形、圓形和其他幾何圖形而已。沒有這些符號的協助，我們恐怕連書中的一個單字都無法瞭解；對任何一個記號掉以輕心，也將會使我們如同在黑暗的迷宮中，空走一趟。

⁵ 譬如他曾經為耶穌排星盤，而被捕下獄一個月。

如果缺乏佐證，那麼，上述說法難免空泛。不過，只要我們翻開他的《關於兩門新科學的對話》(*Dialogues Concerning Two New Sciences*, 1638) (共有四天對話錄，分成四冊)，那麼，他處處以《幾何原本》為依歸，就躍然紙上了。

有鑒於當時伽利略被宗教裁判軟禁的身份，《關於兩門新科學的對話》從義大利偷渡到荷蘭出版，當時的書銜為“Discorsie Dismostrazioni Mathematiche, intorno a due nuoue scienze”，可見他企圖凸顯數學論證 (Discorsie Dismostrazioni Mathematiche) 的意義。事實上，在本書第一天對話開頭沒多久，三位對話者之一薩耳維亞蒂 (Salvati) 就指出：伽利略曾經對「抵抗力」這一課題深入研究，「而且按照他的習慣，他已經用幾何學的方法演證了每一件事，因此，人們可以相當公正地把這種研究稱為一門新科學。」在此，他總是運用幾何和比例概念，進行有關力學的論證。這顯然是一種新的方法論，所以，本書書銜中的「新科學」，也就顯得順理成章了。伽利略所謂的新科學，是指本書第一、二天對話錄主題「材料強度」和第三、四天主題「運動學」。有關後者，前述的新方法表現得更為徹底，這是因為它們就是仿歐幾里得《幾何原本》(*The Elements*) 體例而寫的。

《幾何原本》共有十三冊，第一冊開宗明義就是 23 個定義 (definition)，緊接著是 5 個設準 (postulate)、5 個公理 (common notion)，然後，開始證明 48 個命題 (proposition) (含作圖題與證明題)。⁶歐幾里得如此安排的主要考量，顯然是想要藉以建立幾何知識的嚴密邏輯關聯。譬如說吧，本冊命題 47 即是鼎鼎大名的畢氏定理，其中歐幾里得就運用了 (依出現順序)：命題 46，命題 31，設準 1，定義 22，命題 14，(再一次)定義 22，設準 4，公理 2，(再一次)定義 22，命題 4，命題 41，(再一次)公理 2。如果我們將前引命題所依賴之定義、設準、公理以及命題 (不計重複次數) 彙整，那麼，為了嚴密地證明畢氏定理，我們必須依賴《幾何原本》第一冊中的：

定義 10，11，15，16，20，22，23；

設準 1，2，3，4，5；

公理 1，2，3，4，5；

命題 1，3，4，5，7，8，9，10，11，13，14，15，16，18，19，20，22，23，26，27，29，31，34，46。

由此可見，歐幾里得利用極為龐大的細部知識，與嚴密的邏輯組織，而建立了幾何學的宏偉大廈。

話說回來，伽利略的運動學理論當然沒有這麼「嚴密」，不過，其體例則並無二致！試看《關於兩門新科學的對話》第三天討論的第一部份有關「均勻運動」(按即等速運動) 這一節內容，茲引述其定義、公理和定理 (命題) 如下：

定義：所謂穩定運動或均勻運動是指那樣一種運動，粒子在運動中在任何相等的時段中通過的距離都彼此相等。

公理 1：在同一均勻運動的事例中，在一個較長的時段中通過的距離大於在一個較短的時段中通過的距離。

⁶ 可參考 David Joyce 的網頁 www.math.clarku.edu/~djoyce。

公理 2：在同一均勻運動的事例中，通過一段較大距離所需要的時間長於通過一段較小距離所需要的時間。

公理 3：在同一時段中，以較大速率通過的距離大於以較小速率通過的距離。

公理 4：在同一時段中，通過一段較長的距離所需要的速率大於通過一段較短距離所需要的速率。

定理 1 命題 1：如果一個以恆定速率而均勻運動的粒子通過兩段距離，則所需時段之比等於該二距離之比。

定理 2 命題 2：如果一個運動粒子在相等的時段內通過兩個距離，則這兩個距離之比等於速率之比。而且反言之，如果距離之比等於速率之比，則二時段相等。

等六個定理或命題。至於有關「自然加速的運動」這一節中，伽利略則確立了均勻加速（或等加速）運動的定義：

一個運動被稱為等加速運動或均勻加速運動，如果從靜止開始，它的動量在相等的時間內得到相等的增量。

另外，再提出單一的假設：

同一物體沿不同傾角的斜面滑下，當斜面的高度相等時，物體得到的速率也相等。

然後，再證明 38 個命題。其中第 1、2 則如下所引：

定理 1 命題 1：一個從靜止開始做均勻加速運動的物體通過任一空間的時間，等於同一物體以一個均勻速率通過該空間所需要的時間；該均勻速率等於最大速率和加速開始時速率的平均值。

定理 2 命題 2：一個從靜止開始以均勻加速度而運動的物體所通過的空間，彼此之比等於所用時段的平方之比。

在被要求說明原理和實驗的關係時，伽利略強調此一要求非常合理：

因為在那些把數學證明應用於自然現象的科學中，這正是一種習慣—而且是一種恰當的習慣；正如在透視法、數學、力學、音樂及其他領域的事例中看到的那樣，原理一旦被適當選擇的實驗所確定，就變成整個上層結構的基礎。不過，他從這些原理出發，而建構運動學的理論結構，顯然出自《幾何原本》的啟發才是。其實，偉大的科學家如牛頓之《原理》(*Principia*) 或哲學家斯賓諾莎（或史賓諾莎）之《倫理學》(*The Ethics*) 也是如此，然而，那是另一個故事了。

伽利略的著述也見證了柏拉圖和阿基米德的影響。柏拉圖的著作在十五、六世紀在西歐重現人間，對當時的知識人帶來深遠的影響。另一方面，阿基米德的《論平面之平行》的拉丁文版，也在哥白尼出版《運行論》的那一年（1543 年）問世，至於阿基米德的其他重要著作，也相繼在義大利出現，因此，伽利略當然熟悉阿基米德如何利用數學來研究物理（主要是流體靜力學）。總之，在有關大自然的研究上，數學之為用大矣！或許我們也可以徵之於差不多同時代的達文西之畫論。

達文西 (Leonardo da Vinci, 1452-1519) 的繪畫目的，總是「翻譯」大自然結

構的最微妙設計，所以，他的幾何作圖研究，都企圖發現大自然的數學結構。因此，達文西正如文藝復興時期的很多藝術家一樣，都是柏拉圖主義者，他們相信「實在」(reality) 的真善美，是等待藝術家、數學家與科學家去共同發現的。他主張繪畫是一種科學，而且由於繪畫揭示了自然界的真實性，從而它更優越於詩歌、音樂和建築。基於此，他信賴數學的「確定性」(certainty) 在自然哲學乃至於工藝技術研究中，所可以發揮的指導作用：

一個人如懷疑數學的極端可靠性，就會陷入混亂，他永遠不能平息詭辯科學中只會導致不斷空談的爭辯……因為人們的探討不能稱為是科學的，除非通過數學上的說明和論證。

因此，伽利略所以仿照《幾何原本》的進路和體例，來著述他的《關於兩門新科學的對話錄》，其主要考量，絕對是相信如此一來，這部經典作品所呈現的物理知識可以獲得確定性才是。

五、結論

在評論伽利略的幾何學與占星術的並行不悖之前，請先看中國唐初李淳風的例子！

爲了編纂唐初國子監太學明算科的教科書，李淳風注釋漢唐之間的十部算書，除了「標準化」中國算書知識之外，也保存了珍貴的數學文獻。從現代中國數學史學來看，他的貢獻大概無人可出其右。然而，無論是《舊唐書》或《新唐書》也好，《唐會要》也好，對於他注釋算經一事，幾乎隻字不提，反倒是津津樂道他的占候吉凶能力。李淳風在唐太宗時代擔任太史令，深得皇帝的信賴。有一次，太宗獲得一支密籤，上面提示說：「唐中弱，有女武代王。」李淳風解釋說：「其兆既成，已在宮中。又四十年而王，王而夷唐子孫且盡。」太宗聽了，本想殺這位姓武的宮女，李淳風規勸他說：「天之所命，不可去也，而亡者果不死，徒使疑似之戮淫及無辜。且陛下所親愛，四十年而老，老則仁，雖受終異姓，而不能絕唐。若殺之，復生壯者，多殺而逞，則陛下子孫無遺傳矣！」這一段話載諸《新唐書》，可見它是唐朝歷史上一次非常重要的占卜事件。相形之下，李淳風的數學成就，當然微不足道了。

對古代史家而言，占卜與算學研究都是「理性的」或「合法的」智力活動一事實上，占卜之學習乃是明算科內容的一部份。對於朝廷天文官而言，前者之重要性的確遠遠大於後者，因此，撰寫《新唐書》的史家之抉擇，我們當然可以理解。

現在，對照李淳風，伽利略的宮廷數學家身份差可比擬。顯然，身爲廷臣的伽利略之主要職責之一，正如前述，是爲科西莫大公家人排星盤。此外，他的自然哲學家 (natural philosopher) 身份當然也有應有的角色發揮（譬如贊助的「功利」考量），只是，在此無法討論。總之，當時學者的數學和占星素養，既然是十六世紀歐洲大學所必修，同時，又是自然哲學研究和廷臣職業之所必備，因此，數學和占星當然都是理性的智力活動，在哥白尼乃至伽利略身上並行不悖，也就

不在話下了。

總之，從伽利略的具體占星紀錄來看，我們所看到的伽利略，絕對不是一位所謂「現代性」不足的科學家，而是一位極其巧妙地利用占星術以及他自己改良的望遠鏡，而謀得一個當時數學家夢寐以求的職位－宮廷數學家，從而利用此一職位之優勢（譬如著作極方便利用外交管道流傳），以及他的幾何學之精湛素養，而在最終儘管已遭軟禁，仍然得以完成近代科學史上的經典作品－《關於兩門新科學的對話》。在科學史上，占星和數學曾經同時並存為合法的 (legitimate) 知識活動，伽利略只是其中一個案例。但是，由於他一向被現代史家視為近代科學 (modern science) 的典範人物，因此，他的占星記錄才會顯得極端不可思議。於是，義大利國家版的伽利略全集「羞於」納入他所排的星盤，也就非常可以理解。其實，科學史家或科學家的「現代」侷限，也見證了現代科學知識活動的非歷史 (a-historical) 傾向。至於破解之道，或許就從你所不知道的伽利略開始切入吧！

參考文獻

- 牛頓 (2005). 《自然哲學之數學原理》(王克迪譯)，台北：大塊文化出版公司。
- 比爾·柏林霍夫、佛南度·辜維雅 (2008). 《溫柔數學史》(*Math through Ages: A Gentle History for Teachers and Others*) (洪萬生、英家銘暨 HPM 團隊中譯)，台北：博雅書屋。
- 布倫·阿特列 (2007). 《數學與蒙娜麗莎》(*Math and the Mona Lisa: The Art and Science of Leonardo da Vinci*)，台北：時報文化出版公司。
- 金格瑞契 (2007). 《追蹤哥白尼》(賴盈滿中譯)，台北：遠流出版公司。
- 伽利略 (2004). 《星際信使》(徐光台中譯、導讀)，台北：天下文化出版公司。
- 伽利略 (2005). 《關於兩門新科學的對話》(戈革譯)，台北：大塊文化出版公司。

