

陳蓋謨《度測》之研究

A Study on Chen Jinmo's *Dou Ce*

鍾秀瓏 Chung Hsiu-lung

桃園縣東安國中 Dung-An Junior High School

摘要

本研究主要分析明末清初學者陳蓋謨所撰《度測》成書的時代及各卷的內容，期望透過此一文本的探討，有助於掌握明末清初的數學發展及其歷史脈絡。

《度測》一書分為卷上、卷中、卷下三部分，書末附有〈開方說〉兩卷、〈度算解〉一卷。在《度測》的卷中及卷下，均只針對《周髀算經》的內容舉例說明，但卷上卻分為六個小節—〈詮經〉、〈詮理〉、〈詮器〉、〈詮法〉、〈詮算〉和〈詮原〉。這種安排不同於中國古代算書的體例，而和《崇禎曆書》的體例十分類似，足見在《度測》一書中，陳蓋謨把《周髀算經》與西方測量術進行了綜合和會通。他利用《崇禎曆書》的體例，企圖去詮釋《周髀算經》和進行「勾股測望」，這正是傳統中國人一直強調的「中學為體，西學為用」的思想。此外，陳蓋謨以《測量法義》和《勾股義》為藍圖，解說測量的原理及方法，可知《度測》一書必然受到《幾何原本》一定程度的影響。透過《度測》的內容分析，得以窺見一位次要的數學工作者，在《幾何原本》等西學輸入中國之際，如何將西方傳入的學理及工具巧妙地融入中國傳統數學中，致力於中西數學的會通工作。

關鍵字：陳蓋謨、度測

Abstract

The study is to analyze the book *Dou Ce* edited by Chen Jinmo, a Chinese scholar flourished in the late Ming and early Qing period. My aim is to illustrate the Chinese mathematical in the historical context. The *Dou ce* is divided into three major parts: Volumes 1, 2 and 3. To the end there are appendices of the *Kai Fang Shu* and *Dou Suan Jei*. Unlike Volumes 2 and 3 in which the author explains the contents and examples from *Zhoubi suanjing*, Volume 1 has six sections, namely, “Chuan Jing”, “Chuan Li”, “Chuan Chi”, “Chuan Fa”, “Chuan Suan” and “Chuan Yuan”. Format of the volume was different from that of traditional Chinese mathematics texts, but instead very similar to that of *Chong Zhen Calendar Book*. Chen summarized and integrated the *Zhoubi suanjing* with Western surveying principles. That Chen utilized the format of the *Chong Zhen Calendar Book* to dictate *Zhoubi suanjing* and processed “Gougu measurement” reflected his primary concern with the ideology that “Chinese remains the essence while western science is only for practice”. In addition, Chen used *Celiang fayi* and *Gougu yi* as blueprints to explain surveying principles and methodologies. In this connection, the *Dou Ce* was significantly influenced by the *Ji He Yuan Ben* (1607 Chinese version of *Euclid's Elements*).

Keywords: Chen Jinmo, *Dou ce*

陳蓋謨《度測》之研究

鍾秀瓏

桃園縣立東安國中

一、緒論

相較於宋元數學高度發展的成就，一般總認為明代數學呈現停頓、衰退的情形，對明代數學的評價，大都不高。明代除了蓬勃的商業活動帶動了商用數學的發展，統治階層對曆算的漠視和壓制，使得明代數學整體上處於一種落後狀態。在當時數學成就乏善可陳的情況下，明末清初耶穌會士利瑪竇等人來華，爲了取得中國封建統治者和學者們的信任，他們根據當時修改曆法的迫切需要，帶來一批天文學與數學的著作。在這種背景下，西方初等數學開始輸入中國。

在傳入的數學之中，徐光啓與利瑪竇合譯的《幾何原本》前六卷（1607年）影響最大。¹由於利瑪竇的宣傳，加上明代數學處於落後狀態，徐光啓如獲至寶。他受了《幾何原本》的啓迪，在編譯《崇禎曆書》和《農政全書》時十分重視數學理論。此外，他著有《測量法義》、《測量異同》和《勾股義》，用《幾何原本》的邏輯推理方法來分析東西測量方法的異同和論證中國古代的勾股方法。《測量法義》是徐光啓與利瑪竇合譯《幾何原本》前六卷後，認識到《幾何原本》是「度數之宗」、「眾用所基」，因而以《幾何原本》的公理體系和演繹推理對「西泰子之譯測量諸法」、「系之義也」的首次嘗試。徐光啓認為：「西方測量術就『法』而論，與中國古代《周髀算經》、《九章算術》的勾股測量術是『不異』的，然而西方測量術有《幾何原本》作理論依據，故『貴其義』。」²

受徐光啓的影響，明末研究西方數學並有著作的學者不少，陳蓋謨的《度測》即爲其一。陳蓋謨承續徐光啓的議論，進一步提出「西學中源」的看法。在《度測》一書中，陳蓋謨把《周髀算經》與西方測量術進行了綜合和會通。不同於徐光啓的看法，陳蓋謨提出《測量法義》是爲了詮釋《周髀算經》的論點。他著作《度測》的用意是爲了使《周髀算經》和《測量法義》的內容更清楚，更易於學習。

在本文中，筆者嘗試透過陳蓋謨及其著作《度測》的相關研究，說明一位次要的數學工作者，在《幾何原本》等西學輸入中國之際，如何致力於中西數學的會通工作，使得中國傳統數學呈現新的風貌。

二、陳蓋謨的生平及著作

¹ 《幾何原本》前六卷譯自德國耶穌會士兼數學家克拉維斯（C. Clavius, 1537~1612年）的十五卷拉丁文評註本《幾何原本》，卷首題「利瑪竇口譯，徐光啓筆受」。

² 參見王渝生，〈《測量法義》提要〉，《測量法義》，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷第四分冊，頁2~3。

陳蓋謨，字獻可，號礪庵，晚號激真子，浙江樵李（今嘉興）人，為明末諸生，³曾拜師於黃道周（1585-1646）門下，⁴撰有《皇極圖韻》一卷、《礪庵槧》一卷、《元音統韻》二十二卷、《易傳》、《樂律希聲》、《孝經疏義》、《祥異編年》、《參同契注》、《象林》二卷，以及《度測》三卷等著作。其中，《皇極圖韻》、《元音統韻》、《易傳》、《樂律希聲》、《孝經疏義》為國學和聲韻學方面的著作，而《礪庵槧》則是陳蓋謨和他的老師黃道周之間的書信往來。雖然中國文化大學中國文學研究所碩士鄭雅方認為陳蓋謨象數學著作多於聲韻學著作，⁵但筆者認為陳氏的著作仍以國學和聲韻學較多，影響也較為深遠。由於他擅長象數之學，精於「步算」、「占驗」之術，明末清初的大數學家梅文鼎也對他頗為讚賞。⁶

三、《度測》之部分內容

《度測》分為卷上、卷中及卷下三部分，本文僅就和《幾何原本》比較有關的卷上和卷中部分稍加說明。

（一）卷上

在《度測》的卷中及卷下，均只針對《周髀算經》的內容舉例說明，⁷但卷上卻分為六個小節—〈詮經〉、〈詮理〉、〈詮器〉、〈詮法〉、〈詮算〉、〈詮原〉，這種安排不同於中國古代算書的體例，而和《崇禎曆書》的體例十分類似，⁸足見在《度測》一書中，陳蓋謨把《周髀算經》與西方測量術進行了綜合和會通。他在〈《度測》自敘〉中提及：「徐玄扈先生有《測量法義》、《句股義》。是《周髀》者，句股之經；《法義》者，句股之疏傳也。」⁹他更進一步說明：「首詮算經，次臚諸法，合今古而淺言之，出以己意，發凡繪圖，庶幾《周髀算經》大彰，法義彌著，以便有志經濟之、習之者。」¹⁰陳氏也有近似「西學中源」的說法：「謨按九章參伍錯綜，周無窮之變，而句股尤奇奧。其法肇見《周髀》，周公受之於

³ 諸生是各種官學生的統稱，比如考中秀才的可以做州縣學生，鄉試中舉的可以入國學做監生，此外貢生、捐生、等都是諸生。諸生是有身份的人，吃官糧，穿襪衫，（即「諸生服」），監生能直接入仕，其他的也可透過科舉做官。

⁴ 黃道周字幼玄，福建漳浦人，是理學名家而兼通西法，善於天文曆數皇極之學。

⁵ 參見鄭雅方，《《元音統韻》音系研究》，頁 20。

⁶ 參見吳仰賢等纂、許瑤光等修，《嘉興府志》〈五〉，收入《中國方志叢書》華中地區第五十三號；盛楓，《嘉禾徵獻錄》收入《四庫全書存目叢書》史部 傳記類 125，頁 612。

⁷ 《周髀算經》原名《周髀》，全書分上下兩卷，撰者不詳，一般認為約成於公元前一世紀，它是中國現存最早的天文數學著作。在天文學方面，《周髀算經》主要闡述了當時的蓋天說和四分曆法。以數學的角度來看，《周髀算經》講述了算學的方法、用勾股來測量天體以及複雜的分數計算等等。

⁸ 《崇禎曆書》由徐光啓主持編譯。全書共有一百三十七卷，主要內容是介紹當時歐洲天文學家第谷（Tycho Brahe）的地心學說。全書分為節次六目和基本五目，節次六目視將曆法分成六個部分，包括日躔、恆星、月離、日月交會、五緯星、五星交會等；基本五目是指法原、法數、法算、法器、會通等。法原部份進呈的節共有四十卷，約占全部進呈書的 30%，其中數學理論著作就是屬於這一部分的。在法數中屬於數學部分的有三角函數表。在法器中介紹儀器及計算工具。

⁹ 引自陳蓋謨，〈《度測》自敘〉，《度測》，頁 292。

¹⁰ 同上註。

商高，以度天地、推日月。」¹¹另外，在《度測》卷上〈詮器〉一節中，他認為：「泰西之有《測量法義》也，實本《周髀》算術而加詳焉。」¹²雖然他沒有就這個論題展開論述，然而清初學者的「西學中源」論正是由此而來。¹³本部分針對《度測》卷上的六個小節進行討論。

1. 詮經

在《度測》卷上〈詮器〉一節的最後一段中，陳蓋謨明確地指出：

右《周髀算經》首章，徐玄扈先生曰：「凡《九章》勾股之鼻祖。甄鸞李淳風為之重釋，頗明悉，實為算書中古文第一。」愚按甄、李重釋，止趙君卿句股方圓圖而不及，經俱爭析其流耳，原本在此不在彼也。又曰：「至于商高問答之後，所謂榮方問于陳子者，言日月天地之數，則千古大愚也。而亦有近理者數十語，絕勝渾天家。」愚故揭首章及趙注銓之，使學者溯矩度之本其來有自，以證泰西立法之可據焉。¹⁴

由上述引文，可明瞭陳蓋謨撰《度測》一書的動機，是為了解明西方傳入的「矩度測量」方法，其原理源自中國之《周髀算經》，這正是「西學中源」論的開端之一。同時，也解釋了《度測》一書中為何只收入《周髀算經》首章，但卻未收入其中趙君卿的「句股方圓圖」之緣由。

在〈詮經〉中，陳蓋謨的寫作方式和大部分銓經者相近，先引用《周髀算經》的原文及趙君卿注，¹⁵然後，再附上自己所撰的詮文。在銓文中，陳蓋謨除了針對經文及注文作詳盡的詮釋外，他也依自己對經文的理解，對注文作出嚴正的評論。

雖然陳蓋謨參考了徐光啓的〈《句股義》序〉作為〈銓經〉的總結，但他並未直接引述〈《句股義》序〉中所引用的《周髀算經》經文及趙君卿的注文。由他引用的第一段經文及注文後均加上「唐寅曰」來看，陳蓋謨引用明朝萬曆年間（1573-1619）胡震亨刻《祕冊匯函》叢書時所收錄《周髀算經》的可能性較高。

2. 詮理

在《度測》卷上〈詮理〉中，陳蓋謨再次重申勾股定理始自《周髀算經》的主張：

萬形繁，出圓以方，圓斯縱、橫、斜三體定，所謂：「折矩以為句廣三，股修四，徑隅五者」，商高溯庖犧而立義也。句股求弦，句弦求股，股弦求句，明兩則得一。句求股弦，股求句弦，弦求句股，明一不能以得兩。古法立表以通其窮，今用矩度以代立表。表矩者攝小句股之形象，成大句股之比例也。若遇高深廣遠，目力能收，足不可及，則三者無一可知，而立表法又窮，古法用重表，今法用重矩，而景較、距較生焉。景較以見縱，距較

¹¹ 同上註，頁 291。

¹² 引自陳蓋謨，《度測》卷上，頁 331。

¹³ 參見王揚宗，〈「西學中源」說在明清之際的由來及其演變〉，《大陸雜誌》第九十卷第六期（台北：大陸雜誌社，1995年6月15日）。

¹⁴ 引自陳蓋謨，《度測》卷上，頁 329~330。

¹⁵ 趙爽，字君卿，大約是魏晉（公元三至四世紀）時期的人。他在數學方面的成就，主要保存在〈《周髀算經》注〉之內，其中對後世影響最大的是〈勾股方圓圖注〉。

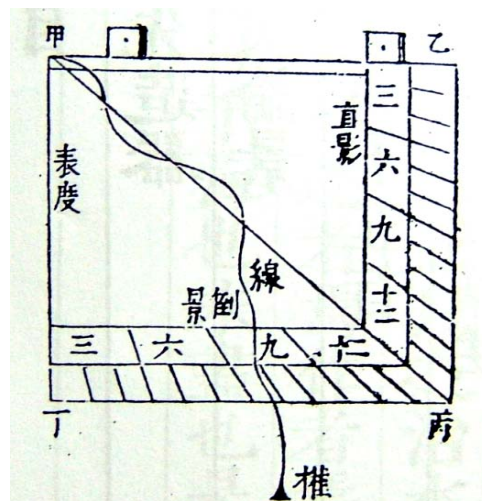
以見橫，兩較者，亦攝小句股之形象，成大句股之比例也，句股大端盡于此。句股之數曰：「縱、橫、斜」，句股之理曰：「圓與方」。互換通分，其在心目。「大哉言數！」周公豈欺我哉？¹⁶

陳蓋謨認為利用勾股運算可以測高、測深、測廣、測遠。利用勾值和股值可以求出弦值，利用勾值和弦值可以求出股值，利用股值和弦值可以求出勾值。陳蓋謨在《度測》中除利用西洋新法之「矩度測量」外，兼採古法「立表測量」。無論是「立表測量」或「矩度測量」，都是利用勾股運算及相似三角形三邊成比例進行測量，而勾股的原理則可溯自《周髀算經》。

3. 詮器

在「詮器」一開始，陳蓋謨便再次重申「西學中源」的主張：「泰西之有《測量法義》也，實本《周髀》舊術而詳焉。」¹⁷並介紹測量的儀器——「矩度」。

在《測量法義》中，¹⁸對於西方的測望之器——「矩度」的製造及使用方式有詳細說明：



19

圖一 泰西矩度圖

測量者，以測望之山岳樓台之高、井谷之深、土田道里之遠近也。其法先造一測望之器，名曰「矩度」。造矩度法，用堅木版或銅版作甲乙丙丁直角三角形，以甲角為矩極，作甲丙對角線，次依乙丙、丙丁兩邊，各作相近兩平行線，次以乙丙、丙丁兩邊，各任若干平分之。從甲向各分各作虛直線，而兩邊之各外兩平行線間，則作實線。

¹⁶ 引自陳蓋謨，《度測》卷上，頁 330~331。

¹⁷ 同上註，頁 332。

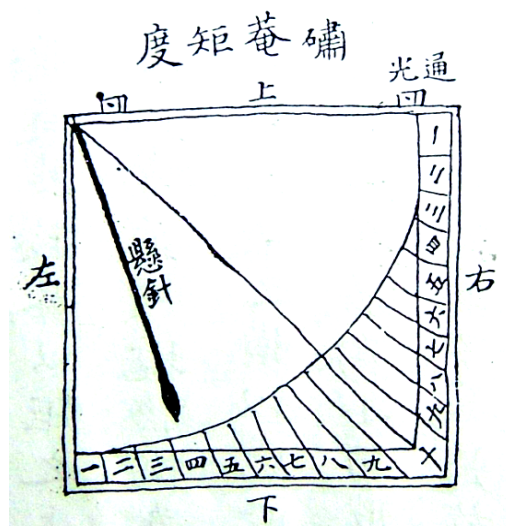
¹⁸ 《測量法義》由利瑪竇口述，徐光啓筆錄，刊於明萬曆三十五年丁未~三十七年己酉（1607~1609），主要為介紹歐洲應用歐氏幾何原理進行具體測量的方法。徐光啓翻譯此書的用意在於「法而系之義」，也就是根據所學到的平面幾何原理，來說明實測的具體方法，並在題記中強調這種方法同《周髀算經》、《九章算術》所載的傳統方法在原理上是一致的，可見他早已注意中西科學技術的結合問題。

¹⁹ 引自徐光啓，《測量法義》，收入《徐光啓著譯集》上函之八，頁 1。

如上圖，即外兩線間為宗矩極之十二平分度也。其各內兩平行線間，則於三、六、九度亦作實線，以便別識。若以十二度更細分之，或每度分三、分五、分六、分十二，視矩大小作分，分愈細，即法愈詳密矣。次于甲乙邊上作兩耳相等，耳各有通光竅。通光者，或取日光相射，或取目光透照也。或植兩小耳代耳，亦可。其耳竅表末，須與甲乙平行，末從甲點置一線，線末垂一權，其線稍長於甲丙對角線，用時任其垂下，審定度分。既設表度十二，下方係依此論。若有成器欲驗已如式否，亦同上法。其用法如下方諸題。²⁰

陳蓋謨在《度測》卷上〈詮器〉中提及：

然十二為乘，十二為分，不若十乘十，十分十之便捷也。古今法以十為度，積矩之度百，積矩之分千，積矩之細分萬，以至十萬、百萬，詳密至矣。²¹所以，他自創「礪菴矩度」，如下圖。



圖二 礪菴矩度圖

22

筆者十分欣賞陳蓋謨在「詮器」方面的創見和發明。將矩度分為十個刻度，應能使計算更為便捷，也更適用於「十進位值」制的特性。可惜，《度測》一書當時並未印行傳世，「礪菴矩度」因而也未能廣為流傳。

4. 詮法

在《度測》卷上〈詮法〉中，陳蓋謨針對勾股測望的方法詳加說明。他認為西法用天干、地支定出矩度及進行解釋，並未利用文字多作解說，所以，一般人如果不參考解說，很難看得懂圖；如果只參考解說而沒有對照圖形，往往也無法明瞭解說的內容。所以，他在進行解說時省略天干地支的符號，而用「上、下、左、右、大句、小句、大股、小股、大弦、小弦」加以說明。陳蓋謨在《度測》

²⁰ 同上註。

²¹ 引自陳蓋謨，《度測》卷上，頁 332。

²² 同上註，頁 333。

中以「五尺」取代中國舊法之「步」，以「三百六十步」表示中國古法中所謂的「里」。

陳蓋謨認為中國古法「立表測量」與西方傳入的「矩度測量」方法雷同，但「矩度測量」較便捷。且「立表測量」不易精確，攜帶標竿（即「表」）十分費力，且「立表測量」不及「矩度測量」快速和省時省力，所以「矩度測量」較佳。然而，當「矩度」來不及製作或來不及取用時，標竿卻是隨時可找到的，而且有時「矩度測量」也要借助「立表測量」。所以，他在討論測量問題，同時用「立表測量」與「矩度測量」兩種方法說明。

雖然中國古法「立表測量」中所用的標竿長度並無統一規定，但陳蓋謨在《度測》中，將標竿的長度稱為「立表」定為「十尺」，目高及矩度懸掛的高度稱為「窺表」定為「四尺」，「立表」扣掉「窺表」所餘的長度「六尺」稱為「餘表」。他在《度測》中的討論，都以「立表」、「窺表」和「餘表」等名詞，而不直接標明「十尺」、「六尺」和「四尺」等數據。

陳蓋謨直接引用《周髀算經》中商高回答周公的話語：「平矩以正繩，偃矩以望高，覆矩以測深，臥矩以知遠，環矩以為圓，合矩以為方」，²³作為測量的方法，《度測》全書即針對這六句話進行測量問題的探討。

5. 詮算

在《度測》卷上〈詮算〉中，陳蓋謨指出西法「矩度測量」和中國古法「立表測量」採用的計算方式並不相同：

舊術句股，或立一表，或立重表，參望既直，開方命之。今用矩度，命三率法，以待開方，得其四率。²⁴

他清楚地說明在「矩度測量」時採用「三率法」進行求值，而中國古法的「立表測量」則採用「開方法進行求值」，兩者計算方式有所不同。

陳蓋謨仿照《測量法義》引用了西方傳入的「三率法」，但是，他並未依照《測量法義》的方式加以演繹證明。可知在處理數學的問題上，他仍受限於中國傳統數學的影響。然而，藉由「三率法」的引入，確實大為簡化了「矩度測量」的計算工作。

6. 詮原

在《度測》卷上〈詮原〉中，陳蓋謨指出勾股測量的根本是勾股弦：
句股算，立法多端：相減曰「較」，相併曰「和」。句股相減為「句股較」，句弦相減為「句弦較」，股弦相減為「股弦較」，句與股併為「句股和」，句與弦併為「句弦和」，股與弦併為「股弦和」，弦與句股交併為「弦較和」，²⁵弦與句股和併為「弦和和」，弦與句股和相減為「弦和較」，弦與句股較相減為「弦較較」。錯綜為用，更多名義。總以縱、橫、斜三法為原，和較其支也。施于矩度，一以高、深、廣、遠、方、圓收之，去諸名義。然昧其

²³ 引自《周髀算經》，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷一，頁 15。

²⁴ 引自陳蓋謨，《度測》卷上，頁 338。

²⁵ 「弦與句股交」應為「弦與句股較」之誤。

原，莫得矩度之解。故止本三法，□以奇零，以準不齊，以資矩論。²⁶
他還在本小節最後面作了一個評論：

論曰：「句股法」必用自乘。何求其方也？必問其方。何問其積也？積則句、股、弦共之。故句有句積，股有股積，弦不別有積也。弦不別有積，故併句股得弦積，以弦積除句得股，除股得句也。萬有不齊之形，方之斯準于齊，矩之斯準于方，準于方斯可以求圓，而天地日月之經緯定。方者為法用，圓者藏于矩，不為法用也。愚故以兩句兩股之謂矩，一句一股，木工曲尺不謂之矩也。句三、股四、弦五，不過取小數以見積，使人易明其理，以通于散漫難收之數。乃陳子答榮方之測日徑者曰：「日益表南，晷日益長，候句六尺」，無論其理尚繁，密測匪屬定論。使必候句六尺，以合于股八、弦十，過此上下，豈不可以測日之徑圍乎？「矩度測量」與「立表測量」運用，雖分得數則，一皆自三法之積實出，通乎斯術，斯可與明矩度之原矣。²⁷

根據陳蓋謨所作之評論，可知「矩度測量」與「立表測量」都是利用「勾股定理」： $勾^2 + 股^2 = 弦^2$ ， $弦^2 - 勾^2 = 股^2$ ， $弦^2 - 股^2 = 勾^2$ 。只要明白「勾股弦互求」的原理，便可以進行勾股測量了。

（二）卷中

《度測》卷中共分為〈平矩以正繩〉、〈偃矩以望高〉、〈覆矩以測深〉、〈弦矩以見廣〉四小節。在〈平矩以正繩〉這一節中，陳蓋謨分別藉由「矩度測量」和「立表測量」解釋「平矩以正繩」的意義。在〈偃矩以望高〉、〈覆矩以測深〉、〈弦矩以見廣〉三小節中，陳氏則分別以數例說明及評論測高、測深、測遠的方法。因測高、測深、測遠的方法和原理均十分類似，筆者僅就〈平矩以正繩〉和〈偃矩以望高〉進行分析與討論。

1. 平矩以正繩

凡用測依繩水之定施于表矩，斯大句股之形正方焉。大句股之形敬，矩度待受之過。故法倚矩于窺表，眡其針無偏，則表體直；又從兩耳衡眡之地無污隆，則相矩平，于是始運矩。

凡立高測卑，以高處取直為準。如上法在臺，在山皆然。居卑測高，以相距之地取平為準。如木能平，以矩度橫眡之，識其高處起高算。次量所識以下高，併上高得全高。如所識處不能至或不欲至，則以相距數，用測深法測下高，併之得全高。測深者以口徑取平為準。

立表測法，必藉窺表。以四尺為則，立表四尺處，亦取小大以窺表，參望取平。立表窺表，以繩取直。²⁸

2. 偃矩以望高

《度測》卷中〈偃矩以望高〉一節，共分為「句股相等」、「以句求股」、「以

²⁶ 引自陳蓋謨，《度測》卷上，頁 342。原文中文字缺漏部分，以□表示。

²⁷ 引自陳蓋謨，《度測》卷上，頁 347~348。

²⁸ 引自陳蓋謨，《度測》卷中，頁 349~351。

股求句」、「重矩求高」四個主題。本文中，筆者僅針對「重矩求高」主題列舉一個例題。

【重矩求高】

重矩測量

以矩度測，不知句股之高，先得直景幾何，如在倒景互換互換直景。次退行幾何，再取直景，如在倒景互換直景。次以兩直景相減得幾何為景較一率，以表度二率與退行距較三率相乘得積實幾何，景較一率分之得表上物高四率，加窺表得全高。即以表上物高作直景立高測遠法，以表度為一率，前距直景為二率，與立高三率相乘得積實幾何，以表度一率分之得前距四

率幾何。互換圖法載後
測深篇中。

設有隔溪峭壁，不知其高？臨溪用矩度測得直景六十〇分八七，退行一十四尺，²⁹測得倒景八十八分四六一五，峭壁高幾何？溪闊幾何？

法以後距倒景八十八分四六一五互換，得直景一百一十三分〇四三。兩直景相減，得景較一率五十二分一七三，以表度二率乘距較三率二十四尺，得

積實二百四十尺，景較^{五十二分}_{一七三}分之，得表上峭壁高四十六尺餘分五萬二千一百七十三之四百二十。加窺表，得峭壁全高五十尺。即以表上峭壁高四十六尺作三率，以前距直景六十〇分八七作二率，相乘得積實二十八萬〇〇〇

二尺，表度分之，得溪闊二十八尺〇〇〇二。此分積矩為十萬分，蓋直景六十為百位，則〇分為千分，八釐為萬分，七毫為十萬分。

30

今解：

如右圖， $(\overline{B'E''} - \overline{BE}) : \overline{AB} = \overline{FK} : \overline{IH}$ ，

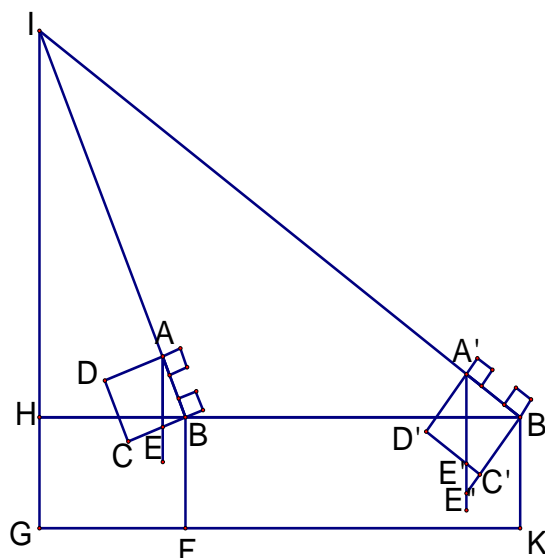
$$\overline{IH} = \frac{\overline{AB} \times \overline{FK}}{\overline{B'E''} - \overline{BE}}，$$

$$\overline{IG} = \overline{IH} + \overline{HG} = \overline{IH} + \overline{BF}。$$

$$\overline{IH} : \overline{HB} = \overline{AB} : \overline{BE}，$$

$$\overline{HB} = \frac{\overline{IH} \times \overline{BE}}{\overline{AB}}。$$

$$\overline{BE} = 6.087，$$



圖三 重矩求高圖

²⁹ 「一十四尺」應為「二十四尺」之誤

³⁰ 引自陳蓋謨，《度測》卷中，頁 361~363。

$$\overline{FK} = 24,$$

$$\overline{D'E'} = 8.84615,$$

$$\overline{B'E''} = \frac{10 \times 10}{8.84615} \approx 11.3643,$$

$$\overline{B'E''} - \overline{BE} \approx 5.2173,$$

$$\overline{IH} = \frac{10 \times 24}{5.2173} = 46 \frac{420}{52173},$$

$$\overline{IG} \approx 46 + 4 = 50.$$

$$\overline{HB} = \frac{46 \times 6.087}{10} \approx 28.0002.$$

重表測量

法曰：以立表求不知句股之高，先立表退行，以窺表參相直。又從前表退行幾何，立表又退行，以窺表參相直，以餘表乘兩立表距較為積實，以兩窺表距立表數相減餘為景較，以景較除積實得立表上高。加立表得全高。再置表上高乘前表距窺表數為積實，仍以餘表除積實，得前表距物高相遠數。又法再置距較乘前表距窺表數為積實，仍以上景較除積實，亦得前表距物高相遠數。又總法既得前距併後距為後表間相距數，以餘表乘之為積實，以後表退行數分之，得表上立高，加立表得全高。

設有隔溪峭壁，不知其高。臨溪立表退行二尺四寸，³¹以窺表參相直。又距前表十七尺二寸一八，立表退行六尺七寸八二，以窺表參相直，峭壁高幾

何？溪闊幾何？法以餘表乘兩立表距較^{十七尺二寸一八}，得一百〇三尺三寸〇八為積

實，兩窺表距兩立表數相減餘^{二尺五寸八二}為景較，以景較^{二尺五寸八二}除積實，

得立表上高四十尺餘分二萬五千八百二十之二十八，³²加立表，得全高五十

尺。再置表上高^{四十}，以乘前表距窺表^{四尺二寸}，得積實一百六十八尺，餘表分

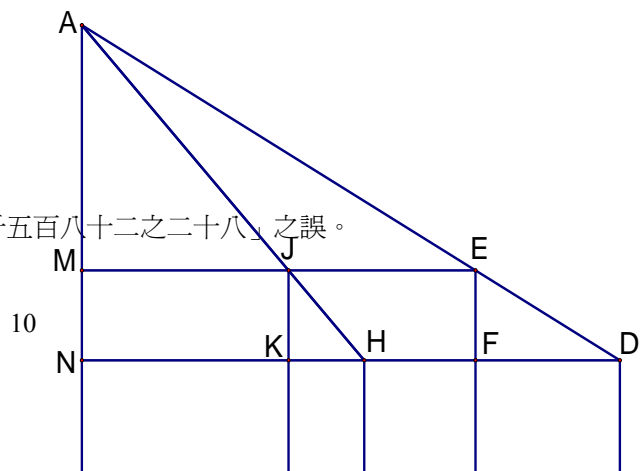
之，得溪闊二十八尺。³³

今解：

³¹ 「二尺四寸」應為「四尺二寸」之誤。

³² 「二萬五千八百二十之二十八」應為「二千五百八十二之二十八」之誤。

³³ 引自陳蓋謨，《度測》卷中，頁 365~367。



如右圖， $\overline{AM} = \frac{\overline{KF} \times \overline{JK}}{\overline{DF} - \overline{KH}}$ ，

$$\overline{AB} = \overline{AM} + \overline{MB} = \overline{AM} + \overline{JL}。$$

$$\overline{BL} : \overline{AM} = \overline{KH} : \overline{JK}，$$

$$\overline{BL} = \frac{\overline{AM} \times \overline{KH}}{\overline{JK}}。$$

$$\overline{KF} = 17.218，$$

$$\overline{KH} = 4.2，$$

$$\overline{FD} = 6.782，$$

$$\overline{AM} = \frac{17.218 \times 6}{6.782 - 4.2} = \frac{103.308}{2.582} = 40 \frac{28}{2582} \approx 40，$$

$$\overline{AB} \approx 40 + 10 = 50，$$

$$\overline{BL} = \frac{40 \times 4.2}{6} \approx 28。$$

陳蓋謨在進行「矩度測量」時，採用的寫作方式為先說明法則（法曰），次舉例計算（設），最後，才進行評論（論曰）。除了「重表測量」外，「立表測量」則均直接進行解題，並未先說明方法。

如同陳蓋謨在卷上〈詮法〉中的評論，他認為西法以天干地支說明並不妥，所以，他不用天干地支作說明，而用「上、下、左、右、大句、小句、大股、小股、大弦、小弦」加以說明。對於整個「矩度測量」，則一律用三率法及相似三角形來解釋。

四、結論

明末清初耶穌會傳教士們到東方傳教，企圖開闢新的據點。為了取得中國統治者和學者們的信任，他們根據當時修改曆法的迫切需要，帶來一批天文學與數學的著作。在這種背景下，西方初等數學開始輸入中國。

在傳入的數學中，影響最大的是《幾何原本》。由於利瑪竇的宣傳，加上明代數學處於停滯狀態，徐光啓如獲至寶。他受了《幾何原本》的啓迪，在編譯《崇禎曆書》和《農政全書》時十分重視數學理論。此外，他著有《測量法義》、《測量異同》和《勾股義》，利用《幾何原本》的邏輯推理方法來分析東西測量方法的異同和論證中國古代的勾股方法。徐光啓認為《測量法義》是用來詮釋《幾何原本》，然而，《測量法義》中舉出的測量方法，和《周髀算經》和《九章算術》

中的「勾股測望法」相同。受徐光啓的影響，明末研究西方數學並有著作的不少，陳蓋謨的《度測》即為其一。

《度測》之名，來自「矩度測量」之意。受到徐光啓的影響，陳蓋謨不單贊同《測量法義》中的『矩度測量』和中國傳統算經『勾股測望』的原理相同，他更進一步在〈《度測》自敘〉中評論：

謨按九章參伍錯綜，周無窮之變，而句股尤奇奧。其法肇見《周髀》，周公受之於商高，以度天地、推日月。其法肇見周公，周公受之商高，以度天地、推日月。且曰：禹之所以治天下者，此數之所生也。唐設算學博士，督課試舉，而《周髀》算有程。國初制科尚試算數，後寢厭薄焉，握算不知縱橫必歸，儒者悉問句股哉？泰西來賓，斯學始備，大方家多傳之。徐玄扈先生有《測量法義》、《句股義》。是《周髀》者，句股之經；《法義》者，句股之疏傳也。然《周髀》篇首，包舉道法，趙注不能盡其微。次段推測，後世解經疏大，難以合于用。泰西以支干名號為圖為文，亦既詳顯；而不耐讀者心以目迷，掩卷度閣，以故通斯學者仍尠焉。謨爰撰茲編，首詮算經，次臚諸法，合古今而淺言之，出以己意，發凡繪圖。庶幾周髀大彰，法義彌著，以便有志經濟之、習之者。³⁴

爲了說明「西學源自中國」的論點，也爲了使後人對《周髀算經》中的「勾股測望」問題有更深層的了解，陳蓋謨於是撰寫了《度測》一書。

《度測》一書是以《測量法義》、《句股義》爲藍圖完成的，但陳蓋謨在《測量法義》立論的基礎上也有許多不同的想法。徐光啓僅將《測量法義》視作詮《幾何原本》，而其原理方法同於《周髀算經》、《九章算術》；陳蓋謨則進一步將《測量法義》視作詮《周髀算經》。此外，在《句股義》中，處處可見《幾何原本》公理化的演繹證明方式，但在《度測》中，則少見此種論證。

雖然陳蓋謨仿照《測量法義》引用了西方傳入的「三率法」處理測量問題，但是他並未依照《測量法義》的方式加以演繹證明，可知在處理數學的問題上，他仍受限於中國傳統數學的影響，並未採用《幾何原本》的邏輯推理的論證方式。然而，藉由「三率法」的導入，確實大爲簡化了測量的計算工作。

透過《度測》的內容分析，我們得以窺見一位次要的數學工作者，在《幾何原本》等西學第一次輸入中國之際，如何將西方傳入的學理及工具巧妙地融入中國傳統數學中，懷抱「中學爲體，西學爲用」的原則，致力於中西數學的會通工作。

參考資料：

一、史料

三國孫吳·趙爽等注，《周髀算經》，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷第一分冊，鄭州：河南教育出版社，1993年。

明·徐光啓等編；永瑨、紀昀等輯，《新法算書》，收入《景印文淵閣四庫全書》

³⁴ 引自陳蓋謨，〈《度測》自敘〉，《度測》，頁291~292。

- 子部 第 787、788 冊，台北：商務印書館，1983 年。
- 明·徐光啓，《測量法義》，收入《徐光啓著譯集》上函之八，上海：上海古籍出版社，1983 年。
- 明·徐光啓，《勾股義》，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷第四分冊，鄭州：河南教育出版社，1993 年。
- 明·徐光啓，《測量法義》，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷第四分冊，鄭州：河南教育出版社，1993 年。
- 明·徐光啓等編；湯若望重訂，《西洋新法曆書》，收入薄樹人主編，《中國科學技術典籍通彙》天文卷第八分冊，鄭州：河南教育出版社，1993 年。
- 明·徐光啓等修輯，《崇禎曆書》，收入《故宮珍本叢刊》冊 382，海口：海南出版社，2000 年。
- 明·陳蓋謨，《度測》，收入《續修四庫全書》子部 天文算法類 1044，上海：上海古籍出版社，1995 年。
- 明·陳蓋謨、胡邵瑛，《元音統韻》，收入《四庫全書存目叢書》經部 小學類 215，台南：莊嚴出版社，1995 年。
- 明·陳蓋謨，《皇極圖韻》，收入《四庫全書存目叢書》經部 小學類 214，台南：莊嚴出版社，1997 年。
- 明·陳蓋謨，《礪庵槩》，收入《四庫全書存目叢書》子部 術數類 214，台南：莊嚴出版社，1997 年。
- 明·顧應祥，《勾股算術》，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷第二分冊，鄭州：河南教育出版社，1993 年。
- 明·顧應祥，《弧矢算術》，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷第二分冊，鄭州：河南教育出版社，1993 年。
- 清·李善蘭、偉烈亞力編譯，《幾何原本》，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷第五分冊，鄭州：河南出版社，1993 年。
- 清·吳仰賢等纂、許瑤光等修，《嘉興府志》(五)，收入《中國方志叢書》華中地方 第 53 號，台北：文成出版社，1970 年。
- 清·梅文鼎，《績學堂文鈔》，收入《四庫全書》集部 別集類 263，台南：莊嚴出版社，1997 年。
- 清·盛楓，《嘉禾徵獻錄》，收入《四庫全書存目叢書》史部 傳記類 125，台南：莊嚴出版社，1997 年。
- 清·阮元，《疇人傳》，收入楊家駱主編，《疇人傳彙編》上冊，台北：世界書局，1982 年。

二、近人著作

- 王連發，《勾股算學家—明顧應祥及其著作研究》，台北：國立台灣師範大學數學系教學碩士班碩士論文，2002 年。
- 朱維錚，《利瑪竇中文著譯集》，香港：香港大學出版社，2001 年。
- 李人言（本名李儼），《中國算學史》，台北：台灣商務出版社，1990 年。

- 李迪、郭世榮，《清代著名天文數學家梅文鼎》，上海：上海科學技術文獻出版社，1988年。
- 李迪，《中國數學通史：明清卷》，南京：江蘇教育出版社，2004年。
- 李迪，《梅文鼎評傳》，南京：南京大學出版社，2006年。
- 李儼、杜石然，《中國古代數學簡史》，台北：九章出版社，1992年。
- 杜石然主編，《中國古代科學家傳記》上、下集，北京：科學出版社，1992年。
- 杜石然主編，《李儼、錢寶琮科學史全集》，瀋陽：遼寧教育出版社，1998年。
- 杜石然，《數學、歷史、社會》，瀋陽：遼寧教育出版社，2003年。
- 沈康身，《九章算術導讀》，武漢：湖北教育出版社，1994年。
- 吳文俊主編，《世界著名科學家傳記》上、下集，北京：科學出版社，2003年。
- 梅榮照主編，《明清數學史論文集》，南京：江蘇教育出版社，1990年。
- 梅榮照、李兆華，《算法統宗校釋》，台北：九章出版社，1992年。
- 張豈之，《中國歷史：元明清卷》，北京：上海高等教育出版社，2002年。
- 黃清揚，《中國1368~1806年間的勾股術發展之研究》，台北：國立台灣師範大學數學研究所碩士論文，2002年。
- 楊玉星，《清代算學家方中通及其算學研究》，台北：國立台灣師範大學數學系教學碩士班碩士論文，2003年。
- 陳衛平、李春勇著，《徐光啓評傳》，南京：南京大學出版社，2006年。
- 郭書春、劉鈍校點，《算經十書》，瀋陽：遼寧教育出版社，1998年。
- 錢寶琮主編，《中國數學史》，北京：科學出版社，1992年。
- 鍾秀瓏，《陳蘆謨《度測》之內容分析》，台北：國立台灣師範大學數學系教學碩士班碩士論文，2007年。

三、期刊論文

- 王渝生，〈《勾股義》提要〉，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷第四分冊（鄭州：河南教育出版社，1993），頁25。
- 王渝生，〈《測量法義》提要〉，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷第四分冊（鄭州：河南教育出版社，1993），頁1~3。
- 杜石然，〈明代數學及其背景〉，《數學·歷史·社會》（瀋陽：遼寧教育出版社，2003），頁316~328。
- 杜石然，〈徐光啓〉，《中國古代科學家傳記》下集（北京：科學出版社，1993），頁888~900。
- 杜石然，〈梅文鼎〉，《中國古代科學家傳記》下集（北京：科學出版社，1993），頁1030~1040。
- 馬翔，〈《勾股算術》提要〉，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷第二分冊（鄭州：河南教育出版社，1993），頁973。
- 馬翔，〈《弧矢算術》提要〉，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷第二分冊（鄭州：河南教育出版社，1993），頁1079。
- 徐光啓，〈題《測量法義》〉，《測量法義》，收入《徐光啓著譯集》上函之八（上

海：上海古籍出版社，1983），頁 1。

梅榮照、王渝生、劉鈍，〈歐幾里得《原本》的傳入和對我國明清數學的影響〉，收入梅榮照主編，《明清數學史論文集》（南京：江蘇教育出版社，1990），頁 182~218。

梅榮照，〈明清數學概論〉，收入梅榮照主編，《明清數學史論文集》（南京：江蘇教育出版社，1993），頁 1~20。