

# 數學的天方夜譚

洪萬生

台灣師範大學數學系

書名：數學天方夜譚：撒米爾的奇幻之旅 (The Man Who Counted: A collection of mathematical adventures)

作者：馬爾巴塔汗 (Malba Tahan)

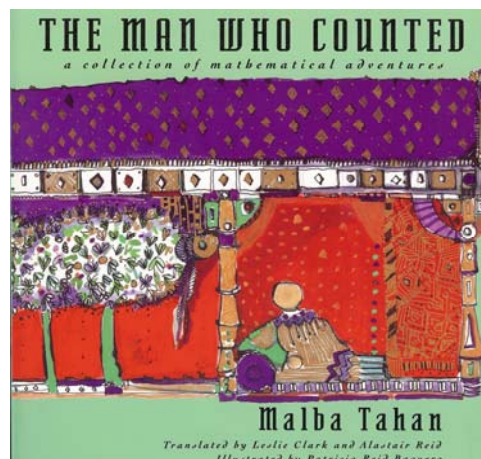
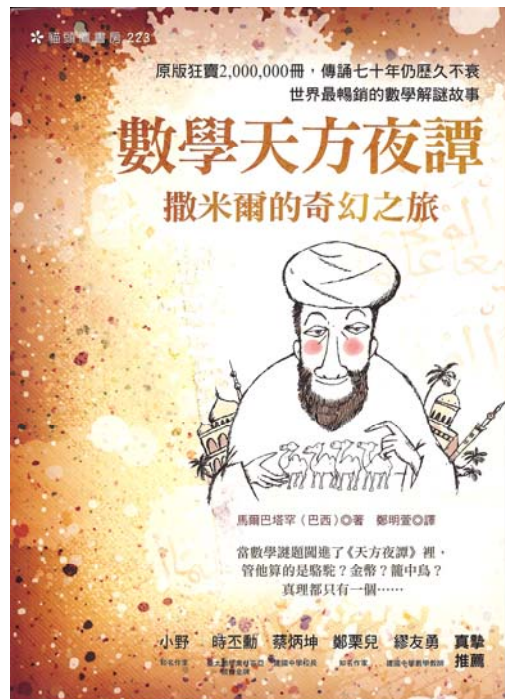
譯者：鄭明萱

出版社：貓頭鷹出版社。

出版年份：2009

出版資料：平裝本共 234 頁，定價新台幣 250 元。

國際書碼：ISBN 978-986-6651-54-0



## 一、前言

這是一本熱愛阿拉伯文化的巴西數學家 Julio Cesar de Mello e Souza (1895-1974) 所寫。本書作者署名馬爾巴塔汗 (Malba Tahan) 及其自編的系譜：「我，朝覲者，馬爾巴·塔汗，先知阿里·愛以茲德·伊茲茲·艾汀姆·撒令·哈拿克的後人，真主的信者，以及真主神聖先知的信者」，都足以顯示他對阿拉伯文化的愛慕程度。他曾以「娛樂教授法」聞名巴西，用「數學實驗室」取代「粉筆和黑板」，讓學生在遊戲中學數學，得以激發創意，因此，學生都深受他的教學法所吸引。他是巴西唯一與足球隊員一樣出名的數學教師。

我在 1994 年在美國紐約州 Albany 購得本書之英文版，始終未及細讀 — 儘管不無期待它在華人社群中的推廣與流傳，如今竟然有機會欣賞中文譯本，實在難得，因此，十分樂意與大家分享我的閱讀心得。

## 二、內容簡介

本書共有三十四章，其標題及涉及數學問題依序如下：

- (一) 邂逅
- (二) 有個人可以倚靠
- (三) 載重之牲畜：三人平分 35 頭駱駝。
- (四) 仔細考量
- (五) 直言說出：比例問題。
- (六) 數字審判：介紹 13、16 這兩個具有所謂「二次方友數關係」的數對 (number pair)。
- (七) 上市場去：介紹趣味數學，利用兩個 4 表徵 0 到 10 的數目。
- (八) 極樂之境：指出幾何無處不在，但未深入。解決 21 桶酒問題。
- (九) 命中注定：討論女人與數學學習。
- (十) 一鳥在手：討論完美數 (perfect number)。
- (十一) 除此之外：撒米爾的第一堂數學課，討論數學的緣起、分支、意義及價值。
- (十二) 循環論證：討論 60 個瓜的售價問題。
- (十三) 友誼無邊：討論友誼數 (amicable number)。
- (十四) 一個永恆的事實：再度討論數學的意義與價值。
- (十五) 整齊收好：介紹魔方陣與超級魔方陣。
- (十六) 策劃方針：介紹棋盤與麥粒問題。
- (十七) 蘋果與螞蟻：九十個蘋果的售價問題。
- (十八) 危險珍珠：數學在印度，婆什伽羅 (Bhaskara II, 1114-1185) 的《麗羅娃蒂》(Lilavati) 及其珍珠傳奇。
- (十九) 水手的選擇：三名水手分配錢幣問題。
- (二十) 十的力量：介紹記數系統 (notational system)，特別是印度—阿拉

伯數碼 (Hindu-Arabic numeral)。

(二十一) 出現在牆上的預兆

(二十二) 一半又一半：刑期的意義。

(二十三) 都有關係：神秘數目 142857。

(二十四) 我找到了：狄歐番圖 (Diophantus) 墓石銘文的代數學問題。8 和 27 的立方根，阿基米德之死。

(二十五) 面試開始

(二十六) 值得一書

(二十七) 歷史正在創造進行中：介紹古希臘埃拉托塞尼 (Eratosthenes)，亞力山卓圖書館館長，數學家、詩人、演說家、哲學家、奧運五項金牌得主。

(二十八) 錯謬的希望：錯謬的推論舉例。

(二十九) 獨力成功

(三十) 三物以類聚

(三十一) 白紙黑字：聰明求婚者的演繹邏輯。

(三十二) 妥協斡旋：最輕的那顆珍珠之題。介紹古波斯大數學家奧瑪·珈因 (Omar Khayyam) 的詩歌。

(三十三) 看法完全一致：用推理找出五名女奴的眼珠顏色。

(三十四) 生命與愛的題目

最後，再加上本書提及之十個數學問題的解題，其說明之深入，相當令人耳目一新，值得吾輩效法。

本書採第一人稱書寫，敘事者是哈拿克·塔德·馬伊阿，由他來敘述數數人 (the man who counted) 巴睿彌智·撒米爾的故事。至於故事的背景，則跟天方夜譚一樣，也發生在巴格達—伊斯蘭帝國的首都。根據敘事者的觀察，「撒米爾個性開朗，相當健談。年紀還很輕（不到二十六歲），聰慧靈活，對數字這門科學極具天分。即使是最小、最不起眼的事物，他也能從中推出一般人難以想像的類比關係，充分展現他在數學上的敏銳能力。他也很會說故事；各種趣聞、軼事，配上他本來就很奇特、生動的談話，愈發多姿多彩。」

有了這個人物特寫，底下的數學故事，說起來就順口多了。於是，全篇故事幾乎環繞著撒米爾如何地成功解決來自各方面的數學難題挑戰。他抵達巴格達城之後，隨即被任用為朝廷高官瑪勒夫的秘書，後來更進一步為哈里發阿布·阿巴斯·阿米德·穆他辛姆·比拉所重用。此外，他還受聘為詩人愛以茲德·阿布都·哈密德女兒泰拉絲蜜的數學家教。最後，撒米爾通過數學面試，與泰拉絲蜜相愛而結為連理，在君士坦丁堡過著快樂幸福的日子。

作者充分把握了故事的情境，藉以穿插相關的數學問題及其解法，如果相關的理論之說明有一點大費周章，就安排到本書末的〈題解說明〉。除了比較正規的數學問題之外，作者也引進一些趣味數學問題，譬如如何以兩個 4 表徵從 0 到 10 的數目等等，以便增加本書的可讀性。與此息息相關的，作者針對一些數目 (number) 的特性如友誼數、完美數等，引伸它們的文化意義。再有，他也利

用適當的情境，譬如撒米爾家教的第一堂課，或是與哈里發的大臣辯論時，說明數學的緣起、意義與價值。此外，他還介紹希臘數學家如阿基米德、埃拉托塞尼，以及印度數學家婆什迦羅等人的貢獻。

另一方面，作者利用撒米爾教導未來的妻子的機緣，討論女人與數學的議題，其中他引述了古希臘女數學家海巴夏 (Hypatia) 的數學貢獻，並藉由撒米爾的未來岳丈愛以茲德有關女兒學數學的考量，強調這種教育過程的重要性：

我有個女兒名叫泰拉絲蜜，非常聰慧又好學。小女泰拉絲蜜出生的時候，我請教過一位有名的星相家，此人擅長觀雲占星預卜未來。他告訴我說，小女這一生，頭十八年會很幸福快樂，但一過十八歲，就會遭遇一連串不幸打擊。不過他有個法子為他解厄。他說，泰拉絲蜜必須學習數字之道，以及其中各種運作〔按：應該是運算〕。可是要精通數字與運算，就必須懂得大數學家花拉子模之學，也就是〔代〕數學。所以，我決定讓小女學習微積分（？）與幾何，以保障她來日幸福。

### 三、評論

本書作者是一位說阿拉伯故事的高手，童年時受到《天方夜譚》之啓蒙，就愛上了阿拉伯文化，因此，本書中譯本取名「數學天方夜譚」，真可以說做到了畫龍點睛之妙。

不過，本書雖然提及頗多伊斯蘭世界的偉大數學家，然而，作者卻無暇針對阿拉伯數學史深入介紹，誠為美中不足。其實，阿拉伯對於西方文明的貢獻，絕對不只是駱駝商隊而已，它在繼承發揚光大希臘數學的貢獻，是世界數學史上不可缺少的篇章，足以永垂不朽。另一方面，作者也正面評價印度數學史，這種對非西方主流數學的肯定，值得我們讚賞。

此外，或許由於作者強調數數的人之高超計算關係，因此，不少篇幅強調他的計算能力高明到匪夷所思的程度，這些與真正的數學能力並非正相關，作者的書寫不無賣弄之嫌。還有，本書主角從未在挑戰中失敗，這種「豐功偉業」在一般的數學實作 (mathematical practice) 中，相當不可思議。平心而論，這種超級行徑在教育過程中，除了引發英雄崇拜之外，大概也很難引發其他啓蒙或共鳴。因此，從普及的教育功能來看，本書看起來是有一點老調了。不過，本書所安排的趣味或益智數學問題，相當符合在地的脈絡性，儘管情節安排有時相當「天方夜譚」，還有，結局是贏得美人歸的皆大歡喜，這些都反映了濃烈的童話風味，同時，也讓其敘事顯得順理成章。對照目前本書在台灣流傳程度，我們不得不承認它還是「蠻時髦的」一本科普創作。

最後，我們必須指出本書內容的一些未見完善之處：

頁 61-62 提及有一位行為放蕩的年輕人想進柏拉圖學院，卻因為大師認為「幾何之學純粹而簡單。你這傷風敗俗之徒，有入這門清明純正的科學」，而被拒於門外。此處，作者顯然想為據傳該學院門口所懸掛的「不諳幾何學一律不得進入」尋求新解，不過，作者好像有一點掰過頭了。

頁 79：第十二章（英文）標題為‘Circular Reasoning’，不知何所指？本章內容無關此一名詞的最接近意涵「循環論證」。

頁 102：作者提及偉大的花拉子模宣稱阿基米德的圓周率近似值  $22/7$ 「根本不合實例」。此說不知何所本？這種隨興的評論出現在一般的科普書籍中，本來就無可厚非，然而，由於阿基米德的事蹟太過耳熟能詳，因此，談論他的時候最後能多用點心，儘管數學史家無不公認阿爾·花拉子模 (Al-Khwarizmi) 的確是偉大的數學家。

頁 159：作者認為撒米爾的家教學生在幾週之後，已經精通加減乘除四種運算、《幾何原本》前三冊（都是有關平面幾何內容）以及分母是 1、2 和 3 的分數計算。這一情節安排不盡合乎情理，在一方面，阿拉伯人的最重要貢獻在於算術和代數，作者顯然並不在意凸顯。另一方面，只學過幾週的數學課，就能精通《幾何原本》前三冊，這是相當不可能的，雖說泰拉絲蜜心智相當成熟，但是，也需要多一點敘事的鋪陳，如此才不至於顯得突兀。

頁 171：作者提及攻打敘拉古 (Syracuse) 的羅馬大將馬塞盧斯在手下誤殺阿基米德之後，為這位數學大師立了一塊墓碑，上面勒刻了「一個三角形內有一個圓圈 (a circle inside a triangle)」，紀念他的一大重要定理。按，這當然也是一個傳說，不過，它的正確版本乃是：「一個圓柱體內切一個球體，在內切一個圓錐體」，是阿基米德非常珍惜的球體積公式之發現脈絡。其實，再怎麼說，也必須表達為「一個正方形內切一個圓形，再內切一個三角形」（取其截面）才正確。

本書中譯本的有很多值得商榷之處，希望再版時可以訂正：

頁 43：「令我想起微積分有個很奇妙的法則」就字面意義而言，不能算翻譯有錯，只不過下文與微積分無關，因此，“calculus”一詞翻譯成「計算」可能比較妥當，因為 calculus 本意如此。

頁 62：「歐幾里得所寫的最後一本著作 (the very last book)」就字面意義而言，不能算翻譯有錯，只不過此處所指應該是他的《幾何原本》(The Elements) 中的最後一冊 (第 13 冊 (Book XIII))，而非他的最後一本著作。事實上，他的最後一本著作為何，大概很難確定，因為歐幾里得生平幾乎是一片空白。

頁 73-78 (第十一章)：首先，有關章名 (For Good Measure) 的中譯，鑑於整章之內容主要圍繞在畢氏學派的「公度量」(common measure, commensurable) 上打轉，因此，如果中譯為「一切都是為了好的度量」，應該比較貼切。原來，畢氏學派的教條是認為萬物皆數，任何兩個東西都可以公度量，也就是存在一個共同的度量單位，可以量盡這兩個東西，因此，作者才會說：“To measure is to compare.” 不過，其前提則是公度量單位 (unity of measurement) 的存在。在頁 77 中，「變數素」和「常數素」分別譯自 variable element 和 constant element，如果翻譯成「變數元素」和「常數元素」，顯然更為妥當才是。還有，number 翻譯成「數目」而非「數字」也比較妥當，蓋前者代表「概念」(concept)，後者專指文字 (word)。

頁 139：第二十章標題「十的力量」譯自英文的“The Power of Ten”。從字

面上來看，中譯不能算錯，只是在就數學本身而言，中譯為「十的乘冪」應該更加貼切。其實，作者在此或許刻意利用 power 這一名詞的雙關意義，正如著名的科普雜誌《科學美國人》(Scientific American) 曾出版一本《十的乘冪》(The Power of Ten) 一樣。另外，頁 144 中所提及的「零」最好改為印度－阿拉伯數碼 (Hindu-Arabic numeral) 中的 0，這是因為漢字「零」在造字時從未意味「沒有」或「空無」。

頁 147：此處所指的「四種數字運算」，英文原文為“four numerical operations”，當是指加減乘除這四種算術運算，因此，譯為「四種算術運算」比較妥當。至於「歐幾里得的前三本著作」則也是誤譯，作者所指應該是歐幾里得《幾何原本》前三冊 (the first three books of the *Elements*)。

頁 203：「推衍邏輯」譯自 reasoning，大可不必如此累贅，直接譯為「推論」即可。

### 優秀數學科普作品的指標

評價方式：指標以五顆星☆☆☆☆☆為最高品質。

#### 1. 知識的實質內容 (Intellectual substance of knowledge)

- (1) 認識論面向：☆☆☆
- (2) 方法論面向：☆☆☆
- (3) 歷史或演化面向：☆☆☆
- (4) 哲學面向：☆☆
- (5) 教育改革面向：不適用
- (6) 與自然科學、人文社會乃至生活經驗的連結：☆☆

#### 2. 形式或表達 (Form or representation)

- (1) 創新手法：☆☆☆☆
- (2) 數學知識的洞察力：☆☆☆☆
- (3) 歷史事實的洞察力 (或洞識)：☆☆☆
- (4) 異文化的啟蒙意義：☆☆☆
- (5) 忠實可靠的參考文獻：☆☆☆
- (6) 敘事的趣味性、可及性與一貫性：☆☆☆☆
- (7) 中譯本的品質 (若需要)：☆☆☆☆

#### 3. 內容與形式如何平衡 (Balance in Content vs. Form)

- (1) 青少年層次：☆☆☆☆
- (2) 一般社會大眾：☆☆☆

#### 4. 摘錄本書最精彩片段 (excerpt from the most exciting passage)：

不出幾個月，我就能教會令千金有關代數的運作與幾何的奧秘。那些大哲人實在錯上加錯，完全誤估了女性的智力。只要好好引導，女性的智慧絕對可以掌握科學的優美與奧秘。那些聖人智者不公平的看法，很容易可以推翻。史上有太多例子證明，女人一樣能在數學上有出色的表現。比方亞力山卓就有過一名女子

海巴夏，不但教導數以百計的人學習運算之道，還寫了一篇評論代數鼻祖希臘人狄歐番圖的著作，又分析那位與歐幾里得、阿基米德並稱的希臘數學家阿波羅尼奧斯難以解讀的文本，更糾正了當時所使用的天文運算表。(頁 61)

因此，務必切記：數學，除了解決疑難、計算面積、測量容積之外，同時也擁有更崇高的目的，記住這件事是很要緊的。因為在智慧與理性的發展上，數學是如此寶貴無價，因此若要令人感受到思想力量之偉大，以及精神靈性之奇妙，數學是最能發揮功效的方式之一。

所以總結來說，數學是永恆不朽的一大真理，而且正因如此，數學可以將心靈提升到一個層次，與我們思考自然神工壯麗、與我們感受永在全在真主之同在，屬於同一境界。如同我先前所說，高貴的那赫姆閣下，你犯了一個小小謬誤。我數算詩章的句數、測度星星的高度，衡量國土之面積、計算激湍的沖力；我這麼做，純粹是在運用代數的公式以及幾何的原則，卻從未想到自己可能從這些運算與研究中賺得的利益。若沒有夢或想像，科學將變為貧瘠，就沒有生命。(頁 97-98)