

# 胚騰 (pattern) 與數學

林芳羽

台灣師範大學數學系大四學生

書名：數學樂園～從胚騰學好數學

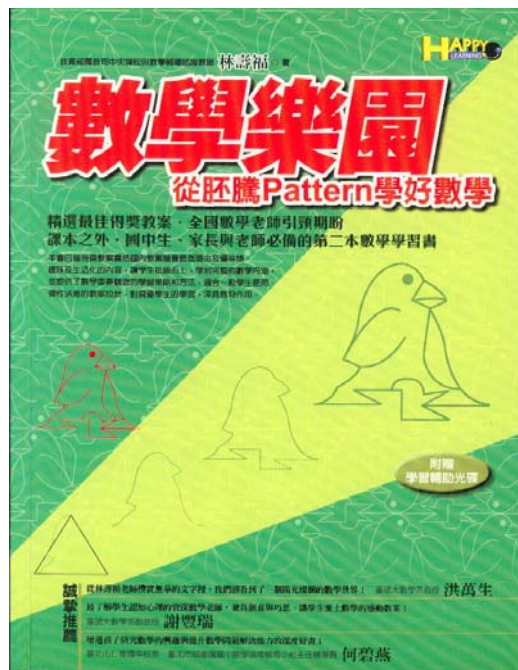
作者：林壽福

出版社：如何出版社

出版年：2006

出版資料：平裝本，共 326 頁

國際書碼(ISBN)：986-136-082-4



## 一、前言

數學這門科目需要大量的邏輯思考，加上與日常生活關聯不大，因此，許多學生對數學都懷有恐懼感。本書作者林壽福老師則利用生活周遭事物以及搭配學生熟悉的小說故事情節，引導學生學習數學。相信降低孩子對數學的恐懼感之後，再教學生數學的概念與應用，他們的接受度會更高。因此，本書的四大教案，猶如好玩的數學樂園，皆顛覆傳統的教法，以生動、活潑有趣的情節和教法，引導學生思考、學習數學。這樣的教法最能引起學生的求知慾和學習慾，一定可以強化思考能力和邏輯概念，將所學的知識應用在日常生活中，並培養終生學習能力，而有助於其他科目的學習。

本書內容包括國中數學，並巧妙地銜接國小與高中的課程。生動趣味的內容，與傳統的教案截然不同，它適時地與日常生活相結合；同時，它也提供了相當多的學習策略和方法，逐步引導學生學習，足以引起學生的興趣以及提升成就感，是一本值得推薦的好書。

## 二、內容簡介

本書內容是由四篇囊括國內教案競賽最高獎金及優等獎的作品加以改編而成。這四部作品內容依序簡介如下：

### 1. 一次函數：由三部份組成～函數與變數、一次函數與函數值、一次函數圖形

(1) 函數與變數：由大家耳熟能詳的西遊記～孫悟空大戰牛魔王引入，牛魔王與孫悟空各顯神通，兩位活靈活現的變身，突顯出變量的特性—「變化」意義，以及函數的特性—「對應」關係。接著，使用遊樂場中的摩天輪和果菜汁，引導孩子們思考兩個變量之間的關係（結合生活與學習）。在引起學生興趣後，便將代數  $x$ 、 $y$  引入，讓學生熟悉相關的代數運算。

(2) 一次函數與函數值：以「功能」或「作用」來理解函數關係，讓學生了解「函數」和「數」沒有關係，基本上是「功能」和「作用」的意思，當兩個有關係的變量寫成數學的關係式時，可以表示成  $y = kx + b$ 。當學生了解函數的表示法和意義之後，再引用生活中的例子～燃燒的紙量與二氧化碳 ( $CO_2$ ) 的關係來介紹正比例函數：紙的質量變為 2 倍、3 倍...時， $CO_2$  也跟著變為 2 倍、3 倍...，已知一次函數可表示為  $y = kx + b$ ，而紙的質量和  $CO_2$  的關係為特別當  $b=0$  時，即  $y = kx$ ，此時稱  $y$  是  $x$  的正比例函數。

(3) 一次函數圖形：接續紙的質量和  $CO_2$  的關係，以故事的引導方式了解對於函數關係的表示法，並讓孩子了解不同的表徵方式有不同的使用時機；函數  $y = kx + b$  在  $b=0$  以及  $b \neq 0$  與圖形上直線過原點以及不過原點的關係。

### 2. 數形迪士尼樂園：由六部份組成～數的魅力、形的藝術、永恆之戀、形數和合、生活考驗、蛻變成長。

(1) 數的魅力：作者一開始先以數字序列和英文字引入，接著介紹一些特別的數字，Ex：(a)  $12345679 \times 9 = 111111111$  ( $12345679 \times 9n = nnnnnnnnn$ )

(b) 「雙塔奇觀」

$$\begin{aligned}1 \times 1 &= 1 \\11 \times 11 &= 121 \\111 \times 111 &= 12321 \\1111 \times 1111 &= 1234321 \\11111 \times 11111 &= 123454321 \\111111 \times 111111 &= 12345654321 \\1111111 \times 1111111 &= 1234567654321 \\11111111 \times 11111111 &= 123456787654321 \\111111111 \times 111111111 &= 12345678987654321\end{aligned}$$

(c)	$1 \times 8 + 1 = 9$	(d)	$6 \times 7 = 42$
	$12 \times 8 + 2 = 98$		$66 \times 67 = 4422$
	$123 \times 8 + 3 = 987$		$666 \times 667 = 444222$
	$1234 \times 8 + 4 = 9876$		$6666 \times 6667 = 44442222$
	$12345 \times 8 + 5 = 98765$		$66666 \times 66667 = 4444422222$
	$123456 \times 8 + 6 = 987654$		$666666 \times 666667 = 444444222222$
	$1234567 \times 8 + 7 = 9876543$		
	$12345678 \times 8 + 8 = 98765432$		
	$123456789 \times 8 + 9 = 987654321$		

(2) 形的藝術：談完數字後，作者緊接著介紹圖形，先使用簡易的對稱圖形引起孩子的興趣，接著設計運用歸納推理的方式來想像後繼的配對圖形為何。

(3) 永恆之戀：利用上兩個基本工具引出「第  $n$  項」。作者給了許多例子，包含了數字以及圖形，以漸進引導的方式帶領孩子思考第  $n$  項的表示法。

(4) 形數和合：此關呼應「數的魅力」與「形的藝術」兩關所體驗到數學規律的美，將形數和合，讓學生再次欣賞到數學的美麗與趣味，包含了長方形數、三角形數、四角形數、五角形數、六角形數、 $K$  角形數……等個數；而本關除了一般式的探索方法，也包含了等差級數的求和方法，並在學生熟悉形數的一般操作模式後，引入〈看圖說故事〉，讓學生由數式找出相對應的圖形，或由圖形推求對等的數式。

(5) 生活考驗：作者引進生活週遭的事情，例如：握手次數、切蛋糕、桌子座位……等等。

(6) 稅變成長：作者在這一關題材同樣也是從日常生活中擷取出來，並且結合上述五關，將圖形複雜化、立體化，並試著將圖形重排，重新觀察。

2. 鑲嵌（磚瓦）飾：同樣也是以故事引入，並藉由故事思考「有哪些正多邊形能被用來緊密地鋪滿整個平面」及介紹正則鑲嵌與半正則鑲嵌。作者一開始使用正多邊形以及多邊形鑲嵌整個平面，並且以代數分析的方式帶領孩子思考當圍繞著一點聚集  $n$  個正多邊形時所有的解。除此之外，作者使用多邊形的方式引入以曲線鑲嵌整個平面的方式，並以故事引導的方法讓孩子自己動手試試看。

3. 一筆畫之生存遊戲：由五部份組成～營救市長的兒子、解脫壁虎的煩惱、為貓咪找到回家的路、智慧大考驗、與大師心靈相會。

由扮演偵探的角色和蜘蛛網來引起學生的學習動機，並舉出生活中常見的形狀：水泥縫隙圖、走廊的磚形、玻璃窗架和窗戶……等等讓學生能經由觀察，就可以找出一筆畫回原來出發點的圖形，這些例子因為容易、趣味，所以，會帶來成就感。再從這些例子中讓學生由偶數點與奇數點，來思考能一筆畫以及不能一筆畫的差別。接著，引入歷史上有名的尤拉七橋問題，這是典型的數學建模的運用，就是將所考察的實際問題化為數學問題，構造出相應的數學模型，再通過對數學模型研究結果的解釋，使實際問題得以解決的一種數學方法。

### 三、評論

本書內容極為生動活潑，讓讀者愛不釋手。它打破一般教師的上課之呈現方式，處處佈有能讓學生自行觀察、探索的契機。並藉由發現的技巧，來刺激學生並保持學習的興趣，以運用學習到的技能，解決日常生活遇到的問題，從而領略其中發現數學的樂趣。本書之所以適合學生、家長、以及教師，當然在於內容淺顯易懂，並附有設計理念、教學方法與注意事項。同時，它也可以讓教師及家長清楚了解授課重點以及授課目標。此外，它還提供了完整的引導策略和方法，讓學生逐步學習，學習到完整的數學內涵。

最值得注意的是，作者能將一個單元或一個重點，以一個完整的故事敘述來鋪陳，引導學生思考，從而激發他們對數學的興趣。當學生能主動思考、產生興趣，那麼，他們就會發現學習本身是一件有意義、有趣的事。當孩子有強烈的內在求知動機，孩子就會主動學習，而這正是現今的教育改革亟待落實的理念。

### 優秀數學科普作品指標

指標以五顆星 ☆☆☆☆☆ 為最高品質

#### 1. 知識的實質內容 (Intellectual substance of knowledge)

(1) 認識論面向 (Epistemological aspect) : ☆☆☆

(2) 歷史或演化面向 (Historical or evolutionary aspect) : ☆☆

(3) 哲學面向 (Philosophical aspect) : ☆

(4)教育改革面向(Education reform aspect)：☆☆☆

## 2. 形式或表達 (Form or representation)

(1)創新手法(Innovative approach: new story on old stuffs)：☆☆☆

(2)數學知識的洞察力(Insight into mathematical knowledge: inspiring and revealing)：☆☆☆☆

(3)忠實可靠的參考文獻(Integrity with references)：☆☆☆

(4)敘事的趣味性、可及性及一慣性(Narrative in an interesting accessible and coherent way)：☆☆☆☆

## 3. 內容與形式如何平衡 (Balance in Content vs. Form )：針對下列三個年齡層閱聽大眾，考量 (知識活動) 內容與形式 (包裝) 的不同平衡點。

(1)兒童層次 (for kids)：☆☆

(2)青少年層次 (for adolescence)：☆☆☆☆

(3)一般大眾社會(for general public)：☆☆☆

## 4. 摘路本書最精采片段 (excerpt from the most exciting passage)

觀察可以了解事物的性質，觀察可以了解事物之間的關係，深入的觀察能了解事物更進一步的性質；觀察不是單純地看，單純地看可能視而不見，觀察要和思維相連繫。需注意三點：一是有意識、有目標，總想發現點什麼？二是要有基礎，有必備的相關知識，否則難以看門道，只能外行看熱鬧，三是要有方法、有要領，要從特殊中想到一般，從平常中發現異常。此外，觀察和歸納要連結在一起，大數學家高斯也說：「在數論中常有這樣的事情：似乎由於某種意外的成功而得到的優美真理，實際上是藉助於歸納發現的。」(p. 293)