

古代算題如何入詩？

洪萬生

書名：古算詩題探源

作者：徐品方 徐偉

出版社：科學出版社，北京

出版年：2008

出版資料：平裝本，共 246+xxi 頁

國際書碼 (ISBN)：978-7-03-022327-2



一、前言

這部作品納入張景中主編的《好玩的數學》叢書之一，足以證明兩位作者的學養與功力都有頗為相稱的表現。在本書前言一開始，作者就指出：

詩言志，歌抒情，還可勉勵、助興、消愁和自娛等。宋朝理學家邵康節寫有一詩：「一去二三里，煙村四五家。樓台六七座，八九十枝花。」用 10 個數字入詩，勾勒出一幅樸實自然的鄉村風俗畫。

此外，爲了弘揚中國「古代優秀的傳統文化，延續古算詩詞題文化遺產，使其能薪盡火傳，光照後代」，作者強調：「本書盡可能淺顯、通俗、生動簡明地加以介紹與評論，特別是探其由來。因此，本書具有可讀性、實用性、趣味性、學術性以及收藏性，是一本素質教育和創新教育的好玩的數學讀物。」此外，作者還提及「普及數學史」之呼籲，這是因爲中國教育部 2003 年頒布《普通高中數學課程標準》（實驗）中明列數學史爲選修科目。「因此，本書可供大中學校師生課外閱讀或教學參考，亦可供數學史或文化史愛好者閱讀。」

本書部份內容取自徐品方的《數學詩歌題解》（臺北：明文書局，1997，售罄不再重版），基於讀者的回饋意見，徐品方決定將該書內容「進一步擴大，探究由來，縱橫聯想，適當介紹一些相關的數學歷史知識與背景，特別是探尋古算詩題是從何處創作來的，使這一科研課題更加充實、全面、系統和完整。」

二、內容簡介

本書共收入中國古算詩詞題 140 多首（主要取自明代算書吳敬《九章算法比類大全》和程大位《算法統宗》），就三個部份—亦即算術、代數和幾何，分門別類論述之。其體例安排如下：

算題（題名由作者自編，並附上相關詞牌）

注釋（針對算題內容）

譯文（現代白話文翻譯）

解法（含古代與現代解法，有時都不止一個）

探源（算題的來源）

歷史知識與背景

顯然，除了題目本身的數學與文學趣味之外，顧名思義，本書的特色，正如作者所述，當然是它們的探源部份。

在算術部份，本書共收入 $28+5=33$ 題（其中最後 5 題附在第 28 題「和麵用油」之後），作者自編的題名（括號內為詞牌名）依序如下：納稅算帳、魚兒有幾、蘇武流放、唐僧取經、男女捉兔（鷓鴣天，或思佳客）、廬山路程、推車求裏、兩求斤歌、百人搬磚、積麻分佈、紡織分配（西江月）、算題對聯、經商本錢（水仙子）、船載油鹽、買米運費（西江月）、甲追及乙（西江月）、公公幾歲、孝女歸家（西江月）、製筆用料、巧妙分金（西江月）、含金幾成、加銅多少、雞兔同籠、計算利息、計算賠償（鷓鴣天，或思佳客）、一年糧量、糧食互換（梅氣清）、和麵用油（西江月）。

本書開宗名義第一題（編號 1.1）「納稅算帳」，即引自明代徽商兼算學家程大位元的《算法統宗》（1592）：

昨日街頭幹事畢，閑來稅局門前立。一客持布三百疋，每疋必須稅二尺。

貼回銅錢六百文，收布一十五半疋。不知每疋價幾何，只當每疋長四十。

這象徵著明代算學的世俗化與商業化之趨勢，似乎與詩詞包裝之風尚，也有著密切的關係了。

至於數學史知識與背景之內容，則依序有：

「算」字的起源

「算術」的起源

程大位《算法統宗》

梅氏數學世家

「數」字的起源

橫看成嶺側成峰

楊輝

什麼是數學？

筆算簡史

程大位談數學

吳敬問題

最小公倍數

分數簡史
四捨五入法簡史
古算中的利息題
古算的研究原則
比、比例簡史
五道古算詩題

其中數學名詞、概念或方法探源者有 10 則，介紹的數學家有中國宋代楊輝、明代的吳敬和程大位，以及清初的梅文鼎家族。不過，有關吳敬的略傳，則留到代數部分。另一方面，作者也交代他研究古算（家）的研究原則是：「用現代數學知識和科學方法進行研究，它既不是古算的複述，也不是用現代數學知識去改寫古算；它既不能貶低，也不能拔高，實事求是，客觀評價。」再有，在「橫看成嶺側成峰」這一則中，作者由於呼應程大位的「廬山路程」情境，特別順便介紹廬山風景之秀麗，以及北宋蘇軾的名詩：「橫看成嶺側成峰，遠近高低各不同。不識廬山真面目，只緣身在此山中。」

還有，本書所收算題，也有作者利用古詩詞包裝古算題所編寫，這些也可以顯示作者的用心與文學素養。譬如，在「計算利息」這一題就取自自己的著作《數學詩歌題解》：

有人借款七百五，千錢月息三十足，九天以後歸還主，利息幾何算清楚。
按：本題係作者根據《九章算術》卷三〈衰分〉第 20 題而編寫：
今有貸人千錢，月息三十。今有貸人七百五十錢，九日歸之，問息幾何？
答曰：六錢四分錢之三。
術曰：以月三十日乘千錢為法，以息三十乘今所貸錢數又以九日乘之，為實。
實如法得一錢。

在代數內容部分，本書至少收入 $45+7=52$ 題。作者自編的題名（括號內為詞牌名）依序如下：春日沽酒、沽酒待客（西江月）、牧羊之歌（鳳棲梧）、利滾利債、客有幾人、勤奮讀書、日行幾裏、繩索量竿、蝸牛爬樹、椿拴百牛、婦人賣蛋、盈不足術、隔牆計算、孩童偷瓜（西江月）、和尚幾人、巧算筆硯（西江月）、甲乙沽酒（西江月）、官兵分佈、鱉魚有幾（鷓鴣天，或思佳客）、隔溝計算（西江月）、妙算羊數（西江月）、雞鴨若干、酒有幾瓶、果價幾何、船盤鹽忙、絹布幾許、船運公糧、買口多少、神奇妙算、紅燈幾盞（水仙子）、妙題妙解、千錢百雞、洋宿野村、孝心回報、舉取他絹、九子年齡、五官問題、巍巍寶塔、孔明統兵、出門望堤、本利幾何、竹筒盛米、七商分紅、螞蟻爬竹等。

本部分開始算題出自中國元朝數學家朱世傑的《四元玉鑑》(1303)：

我有一壺酒，攜著遊春走。遇務添一倍，逢店飲斛九。
店務經四處，沒有壺中酒。借問此壺中，當原多少酒。
後來，程大位將其改寫如下：
今攜一壺酒，遊春郊外走。逢朋添一倍，入店飲斛九。
相逢三處店，飲盡壺中酒。試問能算士，如何知原有。

顯得更加容易理解，可見古算詩題從宋元開始，到了明代終於完全世俗化了。

《四元玉鑑》這一部經典一向被視為中國傳統數學的巔峰之作，其主要貢獻為四元術（多元高次聯立方程解法）與垛積招差術（高階等差級數求和以及高階差分公式）。不過，由於這些問題都無法利用算術方法求解，無怪乎他們都與詩詞包裝無緣。當然，一般商庶大眾大概也用不到這些數學知識吧。另一方面，朱世傑在 1299 年所出版的啓蒙著作《算學啓蒙》未被程大位所引用，可見當時該書確已在中國失傳了。

顯然，基於算術方法與詩詞包裝的容易連結特性，這個代數部分算題，都是些可以運用算術方法求解的代數問題。因此，等差、等比問題，盈不足問題，以及求一術（求解一次同餘式組）相關問題，當然就成為這一部分的主題單元了。

另一方面，在上引這些算題中，如沽酒待客、利滾利債、客有幾人、勤奮讀書、日行幾裏、繩索量竿、隔牆計算、孩童偷瓜、官兵分佈、鱉魚有幾、雞鴨若干、酒有幾瓶、船運公糧、千錢百雞、孔明統兵等 15 題，再加上「七道盈不足詩題」（附於第 13 題隔牆計算之後）中的客房各幾、牧童分杏、獎勤罰懶、牧童遊戲等 4 題，都出自梅玦成增刪程大位元的《演算法統宗》，這麼高的比例值得我們注意。

至於代數部分所附帶的數學史知識與背景之內容，則依序有：

代數學起源

十進位值制

方程簡史

開放性問題

七道盈不足詩題

浪陶沙一詞題

假設法

中國古代數學

求根公式簡史

中國剩餘定理

古代民謠

秦九韶的求一術

不定方程

中國管理數學

吳敬

等差等比數列簡史

這些主要針對等差、等比數列，代數學和方程論，連結算術與代數的盈不足術，以及中國剩餘定理（求一術）等背景知識之說明，對於讀者的理解算題之現代解法，會有一些幫助。還有，這一部分所介紹的數學家有阿爾花拉子米、秦九韶和吳敬。

本書幾何部分共收入 44 題，依序如下：爭蕩鞦韆（西江月）、鞦韆跳起（西

江月)、葭蒲多長(西江月)、風箏飛起(西江月)、田中有竹、門廳高低、田中拴馬、釣魚樂趣、折竹抵地(西江月)、丈量土地、葛藤纏木、圓材埋壁、方斜種糧(鳳棲梧)、勾股容方、勾股容圓、直田面積、矩形面積、長闊多少、坡田修平(西江月)、三斜求積、和尚算家、圓中方形(西江月)、方形圓徑(西江月)、圓環求周、環田求周(鳳棲梧)、古墳佔地(雙搗練)、丈量田法、平方帶縱、平分月餅、用矩之法、蘇軾分田、日影測量、測量塔高、方城邊長、編造幻方、金磚重量、垛積問題、方圓倉窖、臺體倉窖、長城牆積、穿渠雇工、金球重量、金球直徑(駢馬聽)。

上述所有這些問題，主要都與勾股測量、面積和體積有關。垛積問題也納入幾何部份，這顯然是出自它的計算可以類比為與體積公式。不過，幻方題納入這一部份，倒是有一點突兀，它比較接近娛樂數學(recreational mathematics)，這是任何民族都有的文化資產，古中國文明當然也不例外。

本部份所引進之數學史知識與背景，依序如下列：

幾何簡史與譯名

誰早發現勾股定理

薪盡火傳的詞題

朱世傑

螺旋線的發生

趙州橋與勾股

李冶與勾股容圓

面(體)積公式起源

等價的海倫公式

張遂(一行)

李冶

天元術和演段術

數學與詩詞

《詳明算法》、割補法

限制尺規之因

測量家商高、伏羲

蘇軾、非常規題

《數理精蘊》與康熙

幻方簡史

細草，羅士琳

三次方程求根史

體積起源

估算糧重

王孝通三次方程

古代球積公式

數學理論與應用

其中，涉及來源（或語源）的學科、定理、方法、主題單元、概念或數學觀，有幾何、幻方、勾股定理、天元術、演段術、割補法、細草、三次方程求根、勾股容方、勾股容圓、海倫公式 (Heron's formula)、螺旋線、面積、體積、尺規作圖等。至於介紹的人物（主要是數學家），則依序有朱世傑、李冶、張遂（一行和尚）、商高、伏犧、蘇軾、康熙、羅士琳、王孝通、劉徽、祖沖之以及徐有壬等等。這些資訊都相當簡要得體，對於初學者—尤其是中小學數學教師的補充選材—頗有幫助。

三、評論

本書第一作者徐品方詩詞素養甚佳，因此，編寫本書可以說駕輕就熟，極為勝任。同時，本書所穿插的歷史背景與知識，也表現了他對數學與數學教育的洞識。此外，他也盡了最大努力，蒐集相關的數學史文獻，豐富了我們對於這些古算詩題的想像。

更值得注意的，乃是他十分在意數學知識的統整結構意義，譬如在 3.39 節有關圓錐倉窖題中四個公式（最早出自《九章算術》）—平地堆積、依牆堆積、依牆內角堆積、依牆外角堆積，其體積比為 $1:\frac{1}{2}:\frac{1}{4}:\frac{3}{4}$ ，在取 $\pi=3$ 的情況下，由

於平地堆積（圓錐體）的體積公式為 $\frac{1}{36}C^2h$ ，其中 C 為底圓周長， h 為圓錐體之高，因此，《詳明算法》與《算法統宗》所提供的體積公式詩：

光堆法用三十六，倚壁須分十八停。內角聚時如九一，外角三九甚分明。就綜合了這四個公式，而讓作者擊節嘆賞：「綜上可知，一個哲理，數學上嚴格的邏輯論證，是數學研究的生命線和指南針，離開它將一事無成。」

不過，作者未曾適當凸顯梅玦成增刪時增列的詩詞題之意義。也未列出原題之解法，以及有些也以詩詞表徵的術曰，誠然為美中不足之處。還有，幾何部份有很多問題都涉及天元術，由於這一宋元代數方法大都用已解決幾何問題，因此，在代數部份反而沒有討論。

本書有一些誤謬或不一致之處，值得在此指出：頁 116 所提及「里昂納多·比薩諾 (Leonardo Pisano)」，即頁 32 所提及的斐波那契 (Fibonacci)，至於他的相關著作應該是出版於 1202 年的《計算書》(Liber abacci)。本書已由紀志剛教授等翻譯成中文，書名稱為《計算之書》(北京：科學出版社，2008)，根據的英譯本是 L. E. Sigler *Fibonacci's Liber Abaci: A Translation into Modern English of Leonardo Pisano's Book of Calculation*，值得參考。

另一方面，幻方如無法單獨列為一個部份，則以其「源於遊戲，受惠於純數學，更落腳於應用」，不妨納入附錄之中。

優秀數學科普作品的指標

指標以五顆星 ☆☆☆☆☆ 為最高品質。

1. 知識的實質內容 (Intellectual substance of knowledge)

- (1) 認識論面向 (Epistemological aspect) : ☆☆☆
- (2) 歷史或演化面向 (Historical or evolutionary aspect) : ☆☆☆☆
- (3) 哲學面向 (Philosophical aspect) : ☆
- (4) 教育改革面向 (Education reform aspect) : ☆☆

2. 形式或表達 (Form or representation)

- (1) 創新手法 (Innovative approach: new story on old stuffs) : ☆☆☆☆
- (2) 數學知識的洞察力 (Insight into mathematical knowledge: inspiring and revealing) : ☆☆☆
- (3) 忠實可靠的參考文獻 (Integrity with references) : ☆☆☆
- (4) 敘事的趣味性、可及性與一貫性 (Narrative in an interesting, accessible and coherent way) : ☆☆☆

3. 內容與形式如何平衡 (Balance in Content vs. Form) : 針對下列三個年齡層閱讀大眾，考量（知識活動）內容與形式（包裝）的不同平衡點。

- (1) 兒童層次 (for kids) : 不適用
- (2) 青少年層次 (for adolescence) : ☆☆☆
- (3) 一般社會大眾 (for general public) : ☆☆☆

4. 摘錄本書最精彩片段 (excerpt from the most exciting passage) :

為什麼數學家如此喜愛詩詞的藝術呢？重要的原因是數學本身與詩詞有相通之處，即數學與詩詞藝術的對象分別是研究與反映自然界，他們都以現實世界為藍本進行創造。數學研究思維與詩詞的創造性思維都需要靈感作為輔助，兩者既講邏輯思維，又要求形象思維，它們可起「互補作用」。

此外，他們共同之處還有看到別人看不到的東西，而且看得更深刻些。當然，詩詞側重研究形式規律，而數學理論也趨於形式化，兩種形式雖不同但有共性。

同時，詩詞能陶冶數學家的情操，鍛鍊他們的創造性思維；詩詞藝術的薰陶能活躍數學家的思想，啟迪他們創造靈感，豐富他們的視野，幫助他們解決各種各樣疑難問題。

因此，數學家如果心靈上不是一個詩人，那就不可能成為一個優秀的數學家。（頁 189-190）