

向小學教師推介《數學馬戲團》— 千百個神秘的數學現象，唯一種醇厚的詩性智慧

臺北縣五股國小 林冠佑

中文書名：數學馬戲團

英文書名：Mathematical Circus

作者：Martin Gardner

譯者：蔡承志

出版發行：遠流出版事業股份有限公司

出版日期：2005 年 12 月 1 日 初版一刷

語言：繁體中文

ISBN：957-32-5689-4

新台幣定價：260 元



一、前言

奧運甫落幕的同時，緊接著的是 MLB 季後賽的賽程。有一群對運動不太精通的人們依舊坐在沙發上緊盯著螢幕，不是爲了從運動比賽中學習如何運動，而是擁抱一種「感覺」，一種使人驚艷、讓人緊張的絕妙快感。

就像是戲稱葛老爹的葛登能 (Martin Gardner) 所著的《數學馬戲團》一書般，有「耐心」的讀者隨時會在心中暗叫「哇」的一聲！不過，說來慚愧，筆者一開始並沒有這樣的感受，反而因爲覺得自己數學底子不夠扎實，所以先入爲主地將「閱讀」數學科普書籍與「學習」數學理論想成一樣了，也就是說充滿坎坷與窒礙是必然，拿出紙和筆來演算是必須，完完全全將閱讀的樂趣拋諸腦後。但是，在偶然的機緣之下，筆者將書中一段有趣的折紙鈔遊戲 (p. 234) 搬到課堂上時所聽到學生發出的驚嘆聲，不但沒有筆者初識這個問題時的絞盡腦汁、努力求解，反而目不轉睛地要求筆者一再演示，一再地享受這個神奇的「現象」，就像是看慢動作重播一樣，百看不厭。接著，學生很自然地想知道我是如何辦到的，所以不斷地「拜託」我說出其中的原委，想要致知的慾望比我高出千百倍，這就是我從本書獲得的第一個「哇」點：哇！我對數學的獵奇感竟然不如小學生。遂轉念一想，閱讀科普是不是一定要看得那麼精透，學得如此徹底？或是更重要的課題，反而在如何讓人在數學這座大山前，也能由衷發出驚呼，並因此發現數學謎題的璀璨？

喜愛王建民的人，不一定可以跟王建民一樣投出犀利的伸卡球，愛看 NBA 的人，不見得都是遠投近切的好手；相同地，很少人是因爲想學會如何畫畫而去看漫畫，更少人是因爲要學習空中飛人的拋接與高空走鋼索，而去看馬戲團表演，那麼，又爲了什麼當人們遇到閱讀數學科普這個話題時，都會隨口接上「我

的數學不好」這句話呢？我想意思是「No way!」吧。筆者曾經在大學時「多次」修習微積分，讀者諸君們應該都知道這不是什麼光榮的紀錄，要能清楚剖析本書，做出評論自然是太過沉重了。不過，筆者身為數學不好的一方的同時，其實也是喜愛數學的一群。於是，向非數學本科系的小學教師們推介本書，是筆者為文獻醜的最大心願，為的就是希望更多視數學為畏途的人，可以做開心胸跟我們一起大聲地驚呼：「哇~」。

二、內容簡介與評論

在《HPM 十年風華—書籍評論與介紹》專刊中，陳春廷已對《數學馬戲團》做深入淺出的新書介紹，有興趣的讀者可以去看看。

本書所呈現的「節目」可以大致分為：數與量的、代數的、幾何的、機率的、遊戲的馬戲秀等五大部分。讀者可以挑選自己喜愛的表演場次，於每晚準時入場，門票持有耐心與高昂的解謎鬥志即可。

如果你是「數與量」的愛好者，那麼，本書內容中談到循環數與幻方的主題絕對不容錯過。首先上場的是 142,857 (p.20) 這組數字，雖然他的表演方式在數學圈裡已經名聞遐邇，甚至有點老掉牙了，但如果你是第一次看到，然後才知道自然數 1~7 與這組數字的乘積是有著以下奇妙的性質，那麼你也會驚呼：「哇~」。

$$1 \times 142857 = 142,857$$

$$2 \times 142857 = 285,714$$

$$3 \times 142857 = 428,571$$

$$4 \times 142857 = 571,428$$

$$5 \times 142857 = 714,285$$

$$6 \times 142857 = 857,142$$

$$7 \times 142857 = 999,999$$

你說，這是不是很神奇呢？隨著乘積的數字流轉，不知道你有沒有看到像是跑馬燈一樣的效果？筆者曾經在國小四年級的課堂中，讓學生演算上述前 6 個算式，當學生算得不亦「累」乎之後，我在黑板上安靜又快速地寫下 6 組答案，學生們一開始以為我只是心算快，沒啥了不起，更別提數學獵奇的興致了。接著，我不發一語地將答案拭去，再用紅筆寫「14」、白筆寫「2857」，開始有明眼的學生大叫：「哇~我知道、我知道.....那些數字都一樣。」從他們看到「有趣的現象」開始，我知道我已經引發了知識獵奇的興致了，就像是一場驚心動魄的馬戲秀開場一樣輕鬆攫住觀眾的目光，為的是接下來的主菜：數學知識的傳遞與分享。

本書中許多的數學表演就像是魔術一樣，先讓人覺得神奇，之後想要了解，最後非要學會不可。如果能把這樣的感覺有效套用在數學課室之中，那麼，數學教師的數學課就會像馬戲秀一樣引人入勝。書中許多關於 142,857 的素材都可以善加利用才是，至於該要搭配什麼樣的「表演」，那就取決教師個人專擅與喜好了。例如；如何改採與 142,857 同性質的 47,619 (p. 23)；唯一由循環數所組成的完全幻方 (p. 28)；12,345,679×63 的乘積是一串 7、37 與 3d 的乘積會是一串 d (p.

58)；文字的回文 No X in Nixon (p. 65).....等，都是可供讀者諸君自己消化後再配合課程加以運用的絕妙逸材。

如果，你是一位熱愛幾何馬戲秀的讀者，那麼，書中第 10 章探討球面與超球面，以及第十一章簡潔漂亮的三角形都可以好好地研讀觀賞。如果，你只是個對幾何馬戲秀不排斥的觀眾，那麼，從第八章視錯覺切入是個明智的選擇。

爲了避免自認數學不好的讀者在這時轉台，筆者在本文僅推介第八章給非數學本科系的小學教師們。要說「觀察」是數學學習重要的一環，甚至可以算得上是一種關鍵的數學能力，應該沒有人會投反對票。還記得以前聽過一個故事：醫學院的老教授在第一堂課要醫學院新生跟著他一起 Monkey see monkey do，只見老教授將手指放入預備好的尿液瓶中沾了幾下，接著放入口中舔舐，還一副津津有味樣子。新生們莫不驚恐，但也只好照做，就在一片驚叫聲中，終於大夥都輪完了。老教授緩緩地步上台前，他不發一語地再次呈現剛剛的動作，讓整個課室發出驚呼：「哇~」，因爲老教授是把中指放入尿管，舔舐的卻是食指.....。

本書作者在第 114 頁提到：

如果從比較不嚴肅的角度來看，則是錯覺純粹是好玩而已。我們喜歡讓錯覺愚弄的道理，其實就跟我們喜歡讓魔術師愚弄而樂不可支差不多。

其實換個角度來想，在數學學習的道路上，不也是告訴我們不可只是「眼見爲憑」嗎？舉個書中第 117 頁的「無解紀念碑」來說，乍看之下沒有不是之處，但是細察之後，就會發現圖中的船到底應該穿過圓柱或方柱呢？筆者在課堂中讓學生討論這幅圖，教學的目的是讓學生能具備看待事物的多元角度經驗，一開始學生還看不出所以然，直到我把整幅圖遮去一個部份，學生發出驚呼：「咦~」。接著，我們就帶著葛老爹的禮物一起享受這場感官的饗宴，有人說：「有兩種樣子耶！」也有人說：「哪有可能這樣！」從神秘的現象出發，到有人開始分享是如何看出來，最後有人想知道圖是怎麼畫出來的，有沒有其它類似的圖.....等。這就是《數學馬戲團》一再給人的驚艷感，一本可複製到數學課堂上的活教科書，畢竟教師自己一人於謎題中搜索枯腸的獨樂樂，不如與學生一起探求神秘的眾樂樂啊。

本書中有關於視錯覺這個主題的圖樣還有很多，網路上也有很多以 Flash 做成的動態圖形，每一個都是叫好又叫座，尙待有興趣的讀者多多發掘。不過，值得一提的是，在數學課室中援引這些素材可能要多加點「數學味」，例如，要談一題多解之前，讓學生看看視錯覺圖像可以從另一個角度體驗數學的解，不一定是唯一。談視錯覺圖像所特有的觀點不同所帶來的結果亦不同，可以幫助學生感受如何由不同角度切入的體悟，九年級數學科的某些幾何圖形的證明不也是異曲同工嗎。這類的素材不僅僅適用於數學科，更能推廣到其他學科領域，也算得上是一種生活數學化、數學生活化。

舉了兩個數學門外漢也能接受的例子，不代表書中內容都是如此淺顯易懂，若想深究這些神奇現象外更加深層的數學理論與證明，沒有個三兩三是不能上梁山的。這兩個例子僅是書中萬一，有興趣更進一步了解本書內容的讀者，可以接

著看看本書第九章「簡單就是好」單元，讀一讀第十二章「圓規的獨舞」：用圓規做圖的美妙……等，相信讀者都會有所收穫。

另外，在本文的尾聲要跟各位分享一個故事：筆者在夜間對新住民授課時，多少亦觸及這本書的內容，獲得了許多正面的回饋。就在筆者沉浸於分享解謎狂熱的同時，已然逐漸忘了自己是如何「少量多餐」消化本書內容的過程。反因看到學生對於某一趣題的驚訝反應與高昂興致，而試圖在課堂上連續分享許多書中的數學謎題，一味地佈題解題、佈題解題……，結果，就是學生對於第一題的熱烈反應隨著題目的增多，而呈現等比級數般遞減，漸漸有人發出埋怨：「數學還是好難！只有真的有興趣的人才會一直做下去……」這才一棒喝醒，想起自己初讀本書時，是如何從窒礙難通，到漸漸可以撿拾自己喜愛的素材，路線絕對不是一蹴可幾，信手拈來即可的，就像是好吃的巧克力吃多了會反胃，酒再香醇也不能過量一樣的道理。閱讀這本《數學馬戲團》，不像武俠小說讓人可以沒日沒夜地欲罷不能，反而像是連載的漫畫一樣，不但可以不斷地回味其中一、兩個畫面，每天更能期待新的驚奇。親愛的讀者諸君，請你試著每天思考一個書中的數學謎題，就像是葛老爹在書報連載的那種原汁原味，茶餘飯後拿出來做做頭腦體操，與朋友、學生分享，就像是儲備在腦中防冷場的笑話或趣聞般，如此少量多餐地品味本書，肯定會有截然不同的況味哩。我們從小到大都曾聽聞數學老師說過數學的「美」，不禁會想「美」在哪裡？又是如何的「美」？在這本書中，我想我們看到了一部份的「數學之美」，這樣的美就在神奇的現象之後，讀者的心智會隨之翻滾做起體操，情緒會有起伏，這樣的美不一定存在數學式中，也不一定很簡潔，就像吃一盤好菜，欣賞一幅好書法，是一種說不上來的詩性智慧。

優秀數學科普作品指標

指標以五顆星☆☆☆☆☆為最高品質。

1. 知識的實質內容 (Intellectual substance of knowledge)

- (1) 認識論面向：不適用。
- (2) 方法論面向：不適用。
- (3) 歷史或演化面向：☆☆

(有簡述一些數學史，如費波納奇數、算盤、布爾代數以及克卜勒的太陽系模型。)

- (4) 哲學面向：☆☆
- (5) 教育改革面向：不適用。
- (6) 與自然科學、人文社會乃至生活經驗的連結：☆☆☆☆

(與自然科學、生活經驗的連結是本文最引人入勝的地方。)

2. 形式或表達

- (1) 創新手法：☆☆
- (2) 數學知識的洞察力 (或洞識)：☆☆☆☆

(書中數學知識不論深淺皆能引發讀者思考)

- (3) 歷史事實的洞察力（或洞識）：不適用。
 - (4) 異文化的啓蒙意義：不適用。
 - (5) 忠實可靠的參考文獻：筆者無法評斷。
- (許多證明筆者尚無法補足，故不宜妄加評斷)
- (6) 敘事的趣味性、可及性與一貫性：☆☆☆
3. 內容與形式如何平衡
- (1) 青少年層次：☆☆
 - (2) 一般社會大眾：☆☆☆