

# 評論《打開魔數箱》

金門高中 張復凱

書名：打開魔數箱：《科學美國人》魔數師帶你進入數學的奇幻世界。

作者：葛登能 (Martin Gardner)。

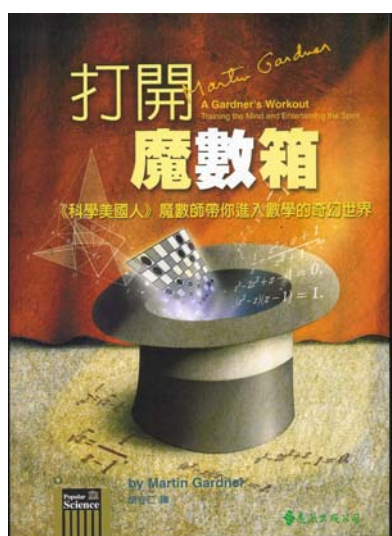
譯者：胡守仁。

出版社：遠流出版事業股份有限公司。

出版年份：2004

出版資料：平裝本共 326 頁，定價 280 元。

國際書碼：ISBN 957-32-5217-1



## 一、前言

「從計算機鍵入 12345679 開始（注意中間沒有 8 這個數字），叫一個孩子說出 1 到 9 中他最喜歡的數字，稱它為 A。接著叫他把 12345679 乘上 A 後再乘上 9……」<sup>1</sup>如此平凡無奇的動作，結果卻是令小孩子眼睛一亮的 AAAAAAAAAA。或是「由 1443（或 1443001443……）開始，乘上 AB，再乘上 7」<sup>2</sup>結果會是讓小孩子眼睛再次一亮的 ABABAB……。這些在因數分解上略施花招的數學遊戲，是本書作者葛老爹—葛登能（Martin Gardner）先生的拿手好戲。這位化腐朽為神奇的「魔數師」，總能將單調的數學知識，化作一個個生動有趣的數學「腦筋急轉彎」。過去他的著作如《跳出思路的陷阱》、《啊哈！有趣的推理》、《葛老爹的推理遊戲 1、2》等等，都被視為國內出版界趣味數學方面的經典。筆者不禁憶起在那終日考試的枯燥高中生活中，葛老爹總能用這堆「貴婦級」玩笑慰藉我那頑皮卻壓抑的心靈，為當時黑白的日子，撒下了不少彩色的驚奇。

## 二、內容簡介

當《打開魔數箱》打上了作者為葛登能的金字招牌時，直覺上也自然地與把它跟趣味數學連結在一起。的確，書中收錄的四十一篇文章 — 這是他在《科學

<sup>1</sup> 摘錄自《打開魔數箱》，p.16。

<sup>2</sup> 摘錄自《打開魔數箱》，p.17。

美國人》雜誌專欄結束後，刊登在學術性期刊或是一般性刊物的文章——絕大部份依舊圍繞在趣味數學上。比較不一樣的地方，應當是全書的最後一部分「聊聊魔數箱」，難得看到葛登能對「人腦與電腦」、「新新數學」……等議題的見解。待筆者將此書前三部分——「遊戲魔數箱」、「數字魔數箱」與「幾何魔數箱」——簡介完後，再來談談「聊聊魔數箱」的部分。

《打開魔數箱》的第一部分是「遊戲魔數箱」。這部分收錄了十二篇文章，主題為數學知識與計算機、電腦、骰子、撲克牌、西洋棋……等器具結合下設計出的有趣遊戲。像是筆者前述的 AAAAAAAA 或是 ABABAB 的計算機遊戲，便是摘自此部分〈12345679 的各種把戲〉一文。另外，像是〈用電腦變魔術〉談論利用電腦來表現數學遊戲的議題、〈以撲克牌建構數學模型〉將數學知識藏於撲克牌的遊戲中、〈多米諾骨牌遊戲〉及〈漫遊太陽系〉則介紹了一些有趣的數學紙上遊戲……這一大堆的數學遊戲想必能讓讀者在開始翻閱該書時，便會驚覺呈現數學知識的方式，竟是可以如此有趣。

《打開魔數箱》的第二部分是「數字魔數箱」，共有八篇文章，探討的主題是有趣的數字問題。像是〈2 的平方根 = 1.414213562373095.....〉一文從連分數

$$\frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + 1. \dots}}}$$

的「有跡可尋」。當進一步掌握了  $\frac{1}{1}$ 、 $\frac{3}{2}$ 、 $\frac{5}{7}$ 、 $\frac{17}{12}$  這條某一項為  $\frac{a}{b}$  則下一項便是

$\frac{a+2b}{a+b}$  的「尤多索斯之梯」時，藉「尤多索斯之梯」來逼近  $\sqrt{2}$  的方式讓  $\sqrt{2}$  顯

得沒有那麼「無理」。然而，想更豐富  $\sqrt{2}$  的故事時，則不免要引入數學史的材料囉！古希臘時代畢達哥拉斯學派發現  $\sqrt{2}$  時的震撼、為此殉教或是宰牛慶祝兩極化的傳說，即便是老生常談，卻依舊讓人忍不住津津樂道。特別當文中提及利用「窮竭法」及「歸謬法」美妙地證明  $\sqrt{2}$  不能表示成分數時，那故事的廣度和深度便可想而知。最後，葛老爹還意猶未盡地提了「後記」及一堆「參考資料」——看得出這位老爹肚子裡還藏著不少的寶藏呢！

第三部分是「幾何魔數箱」，共有十一篇文章，涵蓋了立體及平面幾何。在〈不透光的立方體〉中，葛老爹以自認是最早提出卻仍未解決的問題：

如果要在透明的立方體內做一曲面，以使立方體不透光，所需曲面之最小面積為何？<sup>3</sup>

開啓了吸引讀者進入幾何世界的窗口。緊接而來的〈棋盤上的史坦納樹〉、〈鋪磚問題〉、〈用全等多邊形覆蓋立方體表面〉、〈長方體上的螞蟻〉……到〈非對稱螺旋槳定理〉，豐富的內容讓人目不暇給。以〈長方體上的螞蟻〉一文為例，葛老爹並非談論常見的高中考題——從某一頂點到別一頂點的最短路徑，而是探討到某一頂點的所有測地線（連接曲面上兩點的最短線段）中最長的可能。即便篇幅僅有短短四頁，從違反直觀的結論引起動機後，<sup>4</sup>迅速地帶領讀者瀏覽了幾位數

<sup>3</sup> 摘錄自《打開魔數箱》，p.146。

學家的研究結論，點到為止卻也餘韻無窮，讓人眼界大開。

《打開魔數箱》的最後部分是「聊聊魔數箱」，共有十篇文章，少見地讓讀者有機會看到葛登能先生對多種數學議題的獨到見解。內容涵蓋了探討電腦的〈卡斯帕洛夫與深藍〉與〈電腦發展面臨瓶頸嗎？〉、葛老爹最內行的〈趣味數學的成長〉與〈捕獵獅子〉、〈兩本談「無限」的書〉、〈數學與頭腦相遇的地方〉等書評。最後，以主題為數學教育的〈評「含糊的新新數學」〉作為結尾，展現出葛老爹除了趣味數學外，對莘莘學子數學學習上的關注。〈評「含糊的新新數學」〉一文表露出老爹對只為打破傳統，而牽強地以其他教育標的來設計課程的新新數學大感不滿。特別針對過去在臺灣也曾經吵得沸沸揚揚的建構式教學法，老爹以畢氏定理為例，對這種不靠老師協助而只以學生分組探尋的方式，提出了深刻的評論：

一個小組恐怕得花上幾天時間才能「建構」出畢氏定理；更糟的是，這種剪紙遊戲可能比叫學生聽老師解釋定理還覺得沈悶。<sup>5</sup>

文中並從教科書的內新新數學教學等角度評價此項變革，道出最大的問題，應當就是斯坦在《幹嘛學數學？》中所提及的：

新新數學教科書的作者都沒有引述任何先期的實驗計畫或學校試教模式，來證明他們的目標可以在真實世界中獲得實現。<sup>6</sup>

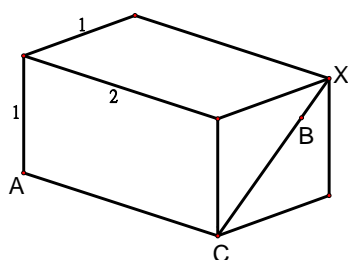
最後，葛老爹指出：

數學教學中最重要東西，不是教科書有多厚、多好看、用了多少輔助器材、教室座位如何安排，甚或用什麼方法來教導……最重要的是受過訓練的老師，他們懂數學又愛好數學，而且能將其奧妙與美麗傳達給學生。<sup>7</sup>

強調任何教改皆不及優良師資的重要。至於文末所附的兩封糾正或不認同老爹看法的來信與回應，更是彰顯出葛老爹接納正反意見、而且能客觀看待問題的長處。或許也就是這般開闊的心，讓老爹即便未接受過高深的數學專業訓練，<sup>8</sup>卻能一步步將豐富有趣的數學知識及遊戲，納入自己的人生也推進讀者們的世界。

### 三、評論

綜觀全書，葛老爹豐富的趣味數學仍是主軸。在肯定其貢獻之餘，筆者認為他若是能在趣味數學遊戲後，輔以適當的說明，使其背後的數學知識能有效地傳



4. 圖中與 A 形成最長測地線的點，據日本東京農工大學小谷善行教授的研究，不是直覺上易認定的 X 點，而是 X 點沿對角線 XC 往下  $\frac{1}{4}$  處的 B 點

<sup>5</sup> 摘錄自《打開魔數箱》，p. 301。

<sup>6</sup> 摘錄自《打開魔數箱》，p. 308。

<sup>7</sup> 摘錄自《打開魔數箱》，p. 310。

<sup>8</sup> 胡守仁於《打開魔數箱》p. 4 的導讀〈數學的趣味〉中表示「葛登能先生並未受過高深的數學專業訓練」。

達到讀者的腦中，以趣味引起動機，再順勢利用說明提昇理解的程度，將能讓科普文學同時滿足那些點到為止、以及好奇而想更深入了解的讀者們。不過，無論如何，我們仍得感佩葛能登先生對趣味數學與數學學習結合的不遺餘力，希冀他所撰寫的這些著作能持續發揮影響力，讓總是使人皺眉的數學學習，能露出更多可愛的曙光。

## 優秀數學科普作品指標

指標以五顆星☆☆☆☆☆為最高品質。

### 1. 知識的實質內容 (Intellectual substance of knowledge)

#### (1) 認識論面向 (Epistemological aspect) ☆☆☆

有關概念發生 (genesis) 與發展 (development) 過程之啟發。

#### (2) 方法論面向 ☆☆☆

譬如：同一方法可「同時」導致發現 (discover) 並用以核證 (justify)，從而充滿著說明 (explain) 的功能。

#### (3) 歷史或演化面向 (Historical or evolutionary aspect) ☆☆

凸顯數學知識的演化面向，強調數學成長的歷史意義。

#### (4) 哲學面向 (Philosophical aspect)：☆☆

包含數學知識的本質，譬如柏拉圖主義 (Platonism)、擬經驗論 (quasi-empiricism)、建構主義 (constructivism) 等主張之討論。

#### (5) 教育改革面向 (Education reform aspect)：☆☆☆☆

譬如改革議題、人格成長之啟發。

### 2. 形式或表達 (Form or representation)

#### (1) 創新手法 (Innovative approach: new story on old stuffs) ☆☆☆☆

譬如，在舊題材上，說一個新的故事。

#### (2) 數學知識的洞察力 (或洞識) (Insight into mathematical knowledge: inspiring and revealing) ☆☆☆☆

數學感，對數學知識有深刻的領悟。

#### (3) 歷史事實的洞察力 (或洞識) (Historical insight or a sense of history) ☆☆☆

譬如：能不能體會歷史發展之意義？

#### (4) 異文化的啟蒙意義 (Enlightening in cultural mathematics) ☆☆

譬如：有關非西方主流數學發展之意義。

#### (5) 忠實可靠的參考文獻 (Integrity with references) ☆☆☆☆

譬如：參考文獻與資料是否合宜，是否引用即時而不過時文獻？(如 E. T. Bell 的《大數學家》)

#### (6) 敘事的趣味性、可及性與一貫性 (Narrative in an interesting, accessible and coherent way) ☆☆☆☆

譬如：會不會說故事？數學洞識與歷史洞察如何有機地結合？

#### (7) 中譯本的品質 (Quality of Chinese translation version, if needed) ☆☆☆☆

翻譯正確 (含數學專有名詞及其他相關概念、歷史敘事的可靠)、中交流暢、語氣貼近等等。

### 3. 內容與形式如何平衡 (Balance in Content vs. Form)

#### (1) 青少年層次 (for adolescence)：☆☆☆

(2) 一般社會大眾 (for general public) : ☆☆☆

4. 摘錄本書最精彩片段 (excerpt from the most exciting passage) :

數學教學中最重要東西，不是教科書有多厚、多好看、用了多少輔助器材、教室座位如何安排，甚或用什麼方法來教導。偏低的薪水已對優質的數學教學造成了最大的威脅，以致許多好老師或準老師不願進入校園。最重要的是受過訓練的老師，他們懂數學又愛好數學，而且能將其奧妙與美麗傳達給學生。