評論《說數》

桃園楊光國中小　陳春廷

書名：說數
作者：張海潮
出版社：三民
出版日期：2006 年 9 月
定價：新台幣 170 元
語言別：繁體中文
叢書系列：世紀文庫
規格：平裝 / 186 頁 / 新 25K
普級 / 單色印刷 / 初版
ISBN：9571445916
出版地：台灣

一、內容簡介

此書作者為張海潮，1949 年生。美國布藍大士 (Brandeis) 大學數學碩士、博士。他目前雖已自臺大數學系退休，然而致力推廣數學教育的心志從未改變。他立志要用一般人所熟悉的語言和題材，將數學迷人的一面呈現出來，這本《說數》是他第一本介紹給一般人看的數學著作。

《說數》共有三十八篇文章，除了〈歐氏幾何的招牌〉之外，其餘皆發表於《中央日報》副刊「各說各話」專欄，時間自 2005 年 10 月至 2006 年 5 月為止。整本書分為三個部份：

第一類是與數學或數學教育有關的議題；

第二類談數學與物理（主要是力學）之間的交會；

第三類則是作者張海潮個人成長過程的體驗，更談到幾位對他而言很重要的人物。

筆者將此書中各文章的篇名列出如下：

【輯１】	
數學是什麼？	交換鑰匙和秘密通訊
數學思考與邏輯	同一天過生日的機率
如何教重要的數學？	百分之九十五的信心水準
老校長出的算術題	皮亞諾整理算術系統
以簡馭繁	歸謬法
小時了了，大未必佳？	２的平方根是無理數
九毛九的數學	對稱，不對稱和解方程式
足球與幾何	平行公設與歐氏幾何
乘３加１	歐氏幾何的招牌
一筆畫	柏拉圖支持尺規作圖
電腦解數獨	牛頓發明微積分
畢氏、商高和勾股弦定理	速成微積分如何速成？

【輯２】	【輯３】
撞球檯上的力學實驗	愛因斯坦與數學
刻卜勒與二體問題	１９６４年3月１３日
夏志宏終結百年探索	跳高革命的先行者
伽利略的斜塔和斜面	領袖的風範
佛科擺證明地球自轉	項武義概論數學
地球繞太陽回不到原點	君子之爭
光每秒走３０萬公里	不虛此行

筆者在此引用一段《說數》封面的話來進入主題：

說到數學，你有什麼反應？你真的了解數學嗎？無論你的反應如何，你該明白一件事情，我們天天都在和數學打交道！本書作者長期致力於數學教育，他深切體會許多人學習數學時的挫敗感，也深知許多人在離開中學後，對數學的認知只剩下加減乘除。因此，他期望以大眾所熟悉的語言和題材來介紹數學的本質和相關問題，讓人能夠看見數學的真實面貌。

因此，作者張海朝企圖以「1、2、3…的次序是怎麼定出來的？爲什麼 3 比 1 大？」、「現金卡、信用卡、房貸……這些利息是怎麼算出來的？」、「足球的製作和歐幾里得有關，這是怎麼一回事呢？」……等關於生活的問題，帶領讀者進入數學的世界，甚至關聯到物理學的範圍。

礙於篇幅的限制，我們將在【輯１】裡挑選幾個主題來看，至於其餘的文章包含一些常見的話題，例如：一筆畫、畢氏定理、同一天過生日的機率、歸謬法、尺規作圖等等，我們就不再多談。

首先，〈以簡馭繁〉提到高斯由計算 1 加至 100 的過程，其實就是等差級數證明的處理方式，只要抓到問題的本質，解決的方法自然展現！再舉一例來看，假設有八支隊伍參加單淘汰賽，任何一隊只要輸一次就淘汰出局，請問主辦單位要辦幾場比賽？答案是七場比賽，因爲需要有七場比賽來淘汰七支隊伍，才能夠產生冠軍。這樣的思考不但簡潔有效，而且一併回答了其他一般性狀況（例如：一百隊參賽需要辦九十九場比賽），這相較於把所有可能情況列出，來得更加迅速又有意義。

98 年的高中數學教材改革，放入了大量的統計單元。若將本書所收的〈百分之九十五的信心水準〉，當成統計入門必讀的文章，或許也不爲過！它在本書中，只有大約四頁的文字，就介紹了「信賴區間」、「信心水準」等等統計名詞，並將現今生活中常見的民調結果剖析清楚，讓初學者有了約略的概念。

近年來在坊間很流行的遊戲－「數獨」，在張海潮的〈電腦解數獨〉一文裡，似乎沒有得到好的評價！所謂「數獨」就是九宮格的擴展，以九乘九的方格來看，規則是：每一行、每一列的九格必須使１至９的數字都出現，而在九乘九的方格裡又分成九個九宮格，必須使其中剛好也填入１至９的數字。這樣的遊戲不需要太多的數學，只要願意花時間去加加減減（用窮舉法嘗試所有的可能），總有解決的一天，更如同張海潮所言，只要寫出適當的電腦程式，或許電腦跑一秒鐘就抵過人的三天三夜努力，爲何不利用這樣的時間去做更有意義的思考呢？

接著，讓我們介紹〈平行公設與歐氏幾何〉與〈歐氏幾何的招牌－－三角形的內角和是 180 度〉二文。對於歐氏幾何稍有研究的人會知道，其實「平行公設」

與「三角形內角和為 180^0」是等價關係（「平行公設」是指過線外一點只有一條平行線）。張海潮教授期望能以 「三角形內角和為 180^0」代替平行公設（第五設準），成為歐氏幾何的招牌。

至於為什麼要這樣做呢？有兩個理由：（一）平行公設牽涉到無限延長的操作，而三角形內角和定理顯然沒有這樣的問題。（二）平行公設的敘述不夠自明，相較於其他四個放諸四海皆準的公設，難以被人接受。當然也是因為對於平行公設的懷疑，才會產生平行公設不必成立的幾何模型，稱為「非歐幾何」，代表人物有：高斯、羅拔切夫斯基、鮑耶和黎曼。

牽涉到物理學的【輯２】，談到自由落體、地球自轉與繞日、行星運動等等，對於學過物理學的人肯定是不陌生，至於第一次看到的人或許稍嫌吃力，不過，若是當成一篇啓發讀者興趣的文章，或許無需用太嚴肅的角度去評斷。其中，有一篇〈撞球檯上的力學實驗〉，就相當生活化，打撞球需要用到的物理概念有力學的「質能不滅原理」、「入射角等於反射角」（光學原理），這些部份只需稍作講解，一般人都能夠接受。

張海潮教授在【輯２】的數篇文章之中，有意無意地透露出「微積分」在物理學的威力與重要性，這也可以呼應【輯１】裡的〈牛頓發明微積分〉一文，雖然數學界通常把微積分的發明，同時歸功於牛頓和萊布尼茲，但是，牛頓才是將微積分貢獻在運動學或力學的靈魂人物，這樣的融合使得物理學有了更進一步的發展。

在【輯３】裡包含：關於費曼的〈1964 年 3 月 13 日〉、悼陳省身先生的〈領袖的風範〉、作者張海朝所喜愛的橄欖球運動所洋溢的〈君子之爭〉、感謝高中國文老師杜聿新先生的〈不虛此行〉等等，都充分表現了作者性情中人的一面。其中〈項武義概論數學〉一文，內容談的是讓張海潮教授對數學融會貫通、豁然開朗的一門課「概論數學」，這門課是由柏克萊大學教授項武義所開設的。張海潮教授舉了一個例子：

> 有一次，武義師講薩德定理（Sard Theorem）。這定理主要是說明臨界值的分布狀況。武義師在說明了什麼是臨界點和臨界值之後，立刻就指出薩德定理在大一微積分中其實就是「當微分處處為零時一定是常數函數」這個定理。武義師所言是薩德定理一個非常特殊的情形，但也是非常重要的類比。這個類比體現了武義師一向強調的高階（薩德定理）和低階（微積分）之間的連結。

一般人學習往往只是得到片段或是零散的數學知識，缺乏連結性，使得學到的知識用處不大，容易學完之後沒多久就忘記了。數學的學習不應止於技術層面，更要注重思想層面。觀察某個定理在數學發展中的關鍵角色、連結過去的經驗，進而瞭解整個數學結構，如此才能以簡單的「類比」來解讀更高深的數學，並做好數學概念連結的動作。

二、評論

本書分為三個部份。第一類是與數學相關的文章，當然要展現數學專業，並且儘可能以平實的文字書寫，讓一般讀者能夠接受；第二類則是數學應用到其他領域如：物理，顯示數學並非只能紙上談兵，對於許多科學領域是相當有幫助的；第三類則是談張海潮教授個人成長過程的體驗與抒發。由此可見，張海朝教授收

錄這些類型文章，顯然企圖現身說法，提供數學家兼具理性與感性、專業與生活化的一個完整風貌。

筆者希望對〈平行公設與歐氏幾何〉與〈歐氏幾何的招牌－－三角形的內角和是 180 度〉二文，作一點補充。張海潮教授期望能以「三角形內角和爲 180^0」代替平行公設，成爲歐氏幾何的招牌，在此所論及的「平行公設」應是第五設準。請參考歐幾里得《幾何原本》第五設準的原文：

> That, if a straight line falling on two straight lines makes the interior angles on the same side less than two right angles, the two straight lines, if produced indefinitely, meet on that side on which are the angles less than the two right angles.

不過，此處的 indefinitely 並非是無限之意，因爲當時無限的概念是一種禁忌，根本碰不得！或許張海潮並未在文章之中「忠實」呈現原來的文句與意義，但是，他所提出的想法確實激發出另一番思考！若是以三角形內角和定理來取代平行公設，就不必觸及無限的問題，屆時《幾何原本》將會如何改寫？就留給讀者無限的想像空間了。

雖然本書中每一篇文章寫作時間不一，主題也並非統一訂定，但是，仔細閱讀，我們還是會發現其中的關聯性，畢竟作者基於同樣的信念，希望將數學推廣給一般大眾，因此，筆下的文字自然會朝向生活化、大眾化的目標。

如果見識過張海朝教授本人的風趣幽默，對於他這次所寫的書，相信會感覺到文字似乎比他本人收斂多了！這是因爲當時文章發表在《中央日報》，對於文字的使用難免必須更加斟酌衡量。不過，在字裡行間還是能感受到張海潮教授對於數學或是數學教育的熱忱，甚至是對於生活中人事物的熱情！

優秀數學科普作品指標

指標以五顆星☆☆☆☆☆爲最高品質。

1. 知識的實質內容 (Intellectual substance of knowledge)
   - (1) 認識論面向 (Epistemological aspect) ☆☆☆☆
     有關概念發生 (genesis) 與發展 (development) 過程之啓發。
   - (2) 方法論面向 ☆☆☆☆
     譬如：同一方法可「同時」導致發現 (discover) 並用以核證 (justify)，從而充滿著說明 (explain) 的功能。
   - (3) 歷史或演化面向 (Historical or evolutionary aspect) ☆☆
     凸顯數學知識的演化面向，強調數學成長的歷史意義。
   - (4) 哲學面向 (Philosophical aspect)
     包含數學知識的本質，譬如柏拉圖主義 (Platonism)、擬經驗論 (quasi-empiricism)、建構主義 (constructivism) 等主張之討論。
   - (5) 教育改革面向 (Education reform aspect) ☆☆☆
     譬如改革議題、人格成長之啓發。
2. 形式或表達 (Form or representation)
   - (1) 創新手法 (Innovative approach: new story on old stuffs) ☆☆☆
     譬如，在舊題材上，說一個新的故事。
   - (2) 數學知識的洞察力（或洞識）(Insight into mathematical knowledge: inspiring and revealing) ☆☆☆☆
     數學感，對數學知識有深刻的領悟。

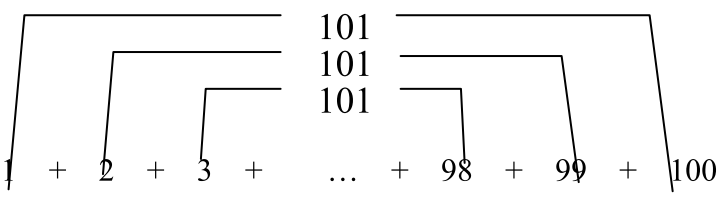
(3) 歷史事實的洞察力（或洞識）(Historical insight or a sense of history) ☆☆
譬如：能不能體會歷史發展之意義？
(4) 異文化的啟蒙意義 (Enlightening in cultural mathematics) 不適用
譬如：有關非西方主流數學發展之意義。
(5) 忠實可靠的參考文獻 (Integrity with references) ☆☆☆
譬如：參考文獻與資料是否合宜，是否引用即時而不過時文獻？（如 E. T. Bell 的《大數學家》）
(6) 敘事的趣味性、可及性與一貫性 (Narrative in an interesting, accessible and coherent way) ☆☆☆
譬如：會不會說故事？數學洞識與歷史洞察如何有機地結合？
(7) 中譯本的品質 (Quality of Chinese translation version, if needed) 不適用
翻譯正確（含數學專有名詞及其他相關概念、歷史敘事的可靠）、中文流暢、語氣貼近等等。

3. 內容與形式如何平衡 (Balance in Content vs. Form)
(1) 青少年層次 (for adolescence)：☆☆☆☆
(2) 一般社會大眾 (for general public)：☆☆☆

4. 摘錄本書最精彩片段 (excerpt from the most exciting passage)：

數學解題，講究的是以簡馭繁，亦即以簡潔扼要的概念和方法來解決繁雜的問題，先看兩個以簡馭繁的例子。

大數學家高斯（Garl Friendrich Gauss，1777－1855）在 10 歲的某一天，老師問他 1 加到 100 是多少，高斯很快就求出正確的答案。老師看到他的答案，竟然愣住，說不出話來。原來高斯在列出 1+2+3+…+98+99+100 之後，看出首項和末項的之和是 101，第二項和倒數第二項之和也是 101，因此這 100 個數可以分成 50 對；1+100=101，2+99=101，3+98=101…，高斯於是利用 101×50 而得到答案 5050。



用乘法處理加的問題是天經地義，問題是如何看出 1 加到 100 可以用乘法處理，這就涉及對問題的觀察與判斷。

假設有 8 支棒球隊參加單淘汰賽，任何一隊只要輸一場就淘汰出局，請問主辦單位要辦幾場比賽？主辦單位當然可以在紙上慢慢排比賽的場次，諸如甲乙兩隊先比，甲乙組的勝隊和丙丁組的勝隊再比等等。但是如果我們了解每一場比賽都會產生一支敗隊，而每一支敗隊也一定發生在某一場比賽之中，答案就很明顯──需要辦 7 場比賽（因為必須有 7 場比賽才能淘汰 7 支隊伍）。這樣的思考不但簡潔有效，並且一併回答了即使有一百隊參賽的情況（需要辦 99 場比賽），同時也回答了另一種比賽制度，雙敗淘汰制下的比賽場次。在常見的雙敗淘汰制中，由於每隊都要敗上兩場才會被淘汰，以 8 隊參賽的情形來說，其中有 7 隊會敗上兩場，因此至少需要辦上 14 場比賽，至於第 8 隊（冠軍隊），或者不敗，或者敗一場，所以主辦單位可能還要辦第 15 場，但是絕對不必辦到 16 場。

有人或許會質疑，並不是所有的問題都可以這樣輕易的解決，事實上，以簡

駁繁中的簡與繁是相對的概念，如果面對的問題先天就難，光用加減乘除當然無法解決。此所以牛頓（Isaac Newton，1642－1727）發明微積分之後，才能求曲形的面積和曲體的體積。但是，就給定的問題而言，解題的方法還是有優劣之分，最主要的是能不能看清楚問題的本質，如果可以，解決的方法一定自然，解決的思維一定簡潔。一言以蔽之，數學要教的是觀察問題，判斷問題，提出策略和解決問題，正如 10 歲高斯庖丁解牛，一舉證明了 $1+2+\ldots+n=n(n+1)/2$ 這個漂亮的結果。