

《愛上數學：悠遊數學世界的 20 個趣味故事》書評

王文珮
桃園縣青溪國中

書名：愛上數學：悠遊數學世界的 20 個趣味故事

(I Magnifici Dieci)

作者：安娜·伽拉佐利 (Anna Cerasoli)

譯者：王愛雅

出版社：如何出版社

出版日期：2003 年 12 月

出版資訊：196 頁，定價 210 元

國際書碼 ISBN：957-607-989-6



優秀數學科普作品的指標

一、 評價方式

指標以五顆星☆☆☆☆☆為最高品質。

1. 知識的實質內容 (Intellectual substance of knowledge)

(1) 認識論面向 (Epistemological aspect) ☆☆☆

有關概念發生 (genesis) 與發展 (development) 過程之啓發。

(2) 方法論面向 ☆☆

譬如：同一方法可「同時」導致發現 (discover) 並用以核證 (justify)，從而充滿著說明 (explain) 的功能。

(3) 歷史或演化面向 (Historical or evolutionary aspect) ☆☆☆

凸顯數學知識的演化面向，強調數學成長的歷史意義。

(4) 哲學面向 (Philosophical aspect)：不適用

包含數學知識的本質，譬如柏拉圖主義 (Platonism)、擬經驗論 (quasi-empiricism)、建構主義 (constructivism) 等主張之討論。

(5) 教育改革面向 (Education reform aspect)：☆☆☆

譬如改革議題、人格成長之啓發。

2. 形式或表達 (Form or representation)

(1) 創新手法 (Innovative approach: new story on old stuffs) ☆☆☆

譬如，在舊題材上，說一個新的故事。

(2) 數學知識的洞察力 (或洞識) (Insight into mathematical knowledge: inspiring and revealing) ☆☆☆

數學感，對數學知識有深刻的領悟。

- (3) 歷史事實的洞察力（或洞識）(Historical insight or a sense of history) ☆☆☆
譬如：能不能體會歷史發展之意義？
- (4) 異文化的啟蒙意義 (Enlightening in cultural mathematics) 不適用
譬如：有關非西方主流數學發展之意義。
- (5) 忠實可靠的參考文獻 (Integrity with references) ☆☆☆
譬如：參考文獻與資料是否合宜，是否引用即時而不過時文獻？（如 E. T. Bell 的《大數學家》）
- (6) 敘事的趣味性、可及性與一貫性 (Narrative in an interesting, accessible and coherent way) ☆☆☆☆☆
譬如：會不會說故事？數學洞識與歷史洞識如何有機地結合？
- (7) 中譯本的品質 (Quality of Chinese translation version, if needed) ☆☆☆
翻譯正確（含數學專有名詞及其他相關概念、歷史敘事的可靠）、中文流暢、語氣貼近等等。
3. 內容與形式如何平衡 (Balance in Content vs. Form)
- (1) 青少年層次 (for adolescence) : ☆☆☆☆☆
- (2) 一般社會大眾 (for general public) : ☆☆☆☆☆

4. 摘錄本書最精彩片段 (excerpt from the most exciting passage) :

菲洛哼了一聲說：「我們哪有那麼小長度的超人眼哪？」

祖父說：「我們當然沒有那種超人眼。不過，能看到怎麼也測量不出來的那一小部分的，並不是我們臉上的眼睛，而是長在我們頭腦裡的眼睛，也就是我們的思考力！再過一兩年，你一定也看得到了。這是數學的證明中，最簡單而且吸引人的類型。」……「柏拉圖說：在用紙或木頭做出來的具體的正方形之外，還有只存在於我們大腦內的抽象的正方形。無理數就是為了測量我們腦海裡的那個正方形而存在的。」

二、前言

作者安娜·伽拉佐利 (Anna Cerasoli) 是位義大利的高中數學教師，平日便常思考如何提升學生學習數學的興趣，著有多本深受讀者喜愛的數學讀物。義大利著名的都靈大學在擬定數學普及大計畫時，還特別指定此書為推薦圖書。除本推薦書外，另有如何出版社於 2007 年所出版的中譯本：《10 分鐘愛上數學—義大利爺爺的趣味數學課》，應是安娜為本書所寫的續集吧！

故事開始於八歲男孩菲洛與祖父在廚房的家常對話。祖父是位退休的數學老師，他不但想把菲洛訓練成爲一位優秀的廚師，也總是能在日常生活中找到與數學相關的題材，和好奇的菲洛一同討論，希望他也能夠成爲一位天才數學家。安娜有一位十二歲的兒子，在書中互動良好的祖孫二人，或許就是他和兒子的化身吧！安娜的兄長是新科技教育協會 (ADT) 的負責人，並在拉圭拉大學教授機率論與離散數學，亦在書中以毛洛叔叔的角色二度串場呢！作者是以菲洛的姊姊的口吻撰寫本書，述說著祖孫兩人在數學世界裡的探索記事。

三、內容簡介

全書共分爲二十個數學單元，所涉及的數學題材很廣泛，包含了數碼、十進位制、零、數的四則運算、二進位、無理數、數列、機率、方程式、集合、圖形（圓、直角三角形、相似形、碎形學）、直角座標系等內容。以下是全書各章節的目錄：

- Ch 1 明明來自印度的阿拉伯數字－數學的發祥地
- Ch 2 如果是章魚，就用八進位法－十進位法的起源
- Ch 3 零－明明沒有卻又存在的數？－零的概念
- Ch 4 爲什麼要先乘除後加減？－計算的規則
- Ch 5 $0 \div 0$ －答案不確定的計算
- Ch 6 兔子變成幾隻？－費波那契數列
- Ch 7 $25 = 11001$ ？－摩斯密碼與二進位法
- Ch 8 永遠也除不盡－發現無理數
- Ch 9 沒有數字也可以計算－使用文字式
- Ch10 揭露 X 先生的真面目－解方程式
- Ch11 一根棍子就能量出金字塔有多高－方便好用的相似理論
- Ch12 自然數與偶數，誰比較多？－有限與無限
- Ch13 直角三角形的邊，比例爲什麼是一定的？－畢氏定理
- Ch14 肚臍的位置恰到好處－黃金分割
- Ch15 擲骰子遊戲賭 7 就對了！－機率論
- Ch16 有九十六個角的多角形－求圓周率
- Ch17 把圓拆成三角形－計算圓面積
- Ch18 不可思議的鸚鵡螺旋－黃金比例的多樣性
- Ch19 找哪家水電行比較划算？－笛卡兒座標
- Ch20 大自然中的幾何學圖樣－碎形

在每個章節的副標題中，已明白指出該章的數學內容。Ch1 到 Ch8 是介紹數的概念及運算。Ch1 介紹數碼，更明確地說應該是「印度－阿拉伯數碼」；Ch2 從算盤中的一根棍子上的九個珠子談起十進位制；Ch3 接著上一章的概念而引發零在記錄時的需求，至於零的概念則有段距離；Ch4 談的是四則運算的規範；Ch5 討論除數爲 0 的運算可行性；Ch6 是頗有名氣的兔子問題之費波那契數列；Ch7 因菲洛對代課老師產生了信任危機，弄混了二進位制的作業，當然得向祖父求救啦！Ch8 藉由捲尺的測量引發祖父上了一堂無理數的課，但這個除不盡的數和循環小數可是有大大不同哦！

Ch9 和 Ch10 是有關於初等代數的內容，作者巧妙的以建築院子的籬笆爲例，分別以其周長、花費和每人平均分攤的費用，介紹文字數的四則運算。Ch11 談的是幾何學的相似形單元，泰勒斯利用影子長求出金字塔的高度。Ch12 談到高難度的無限數列個數問題；Ch13 是國中階段學習的單元－畢氏定理。Ch14 和 Ch18 都和黃金矩形相關，後一章是毛洛叔叔送給菲洛的貝殼禮物，從上面的螺旋花紋與黃金矩形再度連結。Ch15 以擲骰子爲例的機率論。Ch16 和 Ch17 都在討論圓的相關問題，介紹阿基米德以外切正多邊形與內切正多邊形逼近圓周的方式，以求得圓周率的近似值；以及阿基米德將圓轉換爲三角形得出圓面積公式。Ch19 利用日常生活的圖表以及修理水管所需的兩種不同費用爲例，進入笛卡兒的座標世界。最後一章祖父必須到毛洛叔叔家住一陣子，姊姊爲了一解菲洛思念祖父之情，絞盡腦汁爲弟弟說說有趣的碎形學，在這美麗的圖形裡結束悠遊數學世界之旅。

四、 評論

討論食譜、在廚房裡攪拌食物以及品嚐美食都是書中最常出現的場景。故事的第一幕，便是菲洛嘴裡吃著之前媽媽給他的巧克力，要求人正在廚房的祖父陪他去買牛奶。在途中遇見了阿拉伯人，引發了祖父談起數碼起源的興致。Ch5 班奈狄太太為解決寶貝兒子的數學難題，和祖父討論 $15 \div 0$ 以及 $0 \div 0$ 的問題。祖父以確定的食譜分量，可以作出成品的唯一性，讓班奈狄太太得到滿意的解答。Ch8 介紹黃金矩形之餘，亦不忘為晚飯安排了螺旋特餐－朝鮮薊義大利麵、奶油焗花椰沙拉以及鳳梨果凍當點心。Ch13 祖父在解說畢氏定理時，巧克力片成了最佳的證明道具。Ch16 菲洛為媽媽烤李子蛋糕時，測量長方形和圓形烤盤的面積大小時，祖父巧妙地將綠豆給派上場了！喜愛烹飪的祖父，經常將數學與美食結合，讓每道數學知識在上菜時更為可口。

其中不乏屬於進階級的數學課題(對於八歲菲洛而言)，如 Ch8 無理數、Ch12 有限與無限、Ch14 黃金分割以及 Ch20 碎形，作者都能以輕鬆的日常生活為背景，引出所要探討的主題。對於高難度的數學內容，皆能適時地停下腳步，暫時打住，而不覺得突兀。最末一章「大自然中的幾何學圖樣－碎形」，文中提出造就碎形圖樣的概念知識，而不涉及艱澀的數學理論，美妙的圖案帶給了人們無限的想像空間，達到作者將數學知識普及的目的。如同菲洛的祖父所言：「數學也是一種藝術啊！」作者對於數學字彙演變的歷程亦多所著墨，為讀者提供數學史上字源的資料以及數學概念的建立。需要留意的是書中將除法以比例的形式表示 ($15 : 3 = 5$)，與現行教材的表示法有所不同。Ch13 的標題為：「直角三角形的邊，比例為什麼是一定的？」而內文是以邊長為 3 : 4 : 5 三角形必為直角三角形為例，此標題恐令人有誤解之慮。

最近，有學生向筆者提及解應用問題時所面臨的困擾。例如，就單純解一元一次方程式的問題，可輕而易舉地按照解題程序完成，一旦需要以一元一次方程式來協助解答的應用問題時，便常有捉襟見肘的窘境出現。筆者反省以往的教學歷程，在教材內容及教學呈現的方式中，是否都只為了「應用問題」而教授學生「應用問題」；在教學的心態上，對於實際問題與數學知識間存在著「聯結不足症」的問題，而非內化為生活與知識的連結，這便顯現在學生的學習成果上：習得的數學知識仍舊與生活經驗是二回事，無法成為一家人。可見，在基礎數學的學習過程中，實際問題的呈現是有其存在的必要性。從這個觀點切入，本書便貫徹了在日常生活中為數學知識找到對應位置的職責。即便不能如此，作者也能夠以流暢的方式在祖孫對話中引出重要的數學題材，達到了科普書籍以寓教於樂為最高指導原則的目標，並為數學教學內容提供更多的養份。這與作者在書中虛擬的角色，皆是她在實際生活周遭人物的化身形成了有趣的對比。