

解讀天地間的幾何法則：評論《宇宙的詩篇》

林倉億
國立台南一中

書名：宇宙的詩篇：
作者：奧瑟曼 (Robert Osserman)
譯者：葉李華、李國偉
出版社：天下文化
出版年份：1997
出版資料：平裝共 253 頁，定價 220 元
國際書碼：ISBN957-621-363-0

優秀數學科普作品的指標

評價方式：指標以五顆星☆☆☆☆☆為最高品質。

1. 知識的實質內容 (Intellectual substance of knowledge)

- (1) 認識論面向：☆☆☆☆☆
- (2) 方法論面向：☆☆☆☆
- (3) 歷史或演化面向：☆☆☆☆
- (4) 哲學面向：☆☆
- (5) 教育改革面向：☆☆
- (6) 與自然科學、人文社會乃至生活經驗的連結：☆☆☆☆☆

2. 形式或表達 (Form or representation)

- (1) 創新手法：☆☆☆☆☆
- (2) 數學知識的洞察力：☆☆☆☆☆
- (3) 歷史事實的洞察力 (或洞識)：☆☆☆☆☆
- (4) 異文化的啟蒙意義：☆☆☆
- (5) 忠實可靠的參考文獻：☆☆☆☆☆
- (6) 敘事的趣味性、可及性與一貫性：☆☆☆☆☆
- (7) 中譯本的品質 (若需要)：☆☆☆☆☆

3. 內容與形式如何平衡 (Balance in Content vs. Form)

- (1) 青少年層次：☆☆☆☆☆
- (2) 一般社會大眾：☆☆☆☆☆

4. 摘錄本書最精彩片段 (excerpt from the most exciting passage)：

我們每年在地球上進行的觀測，揭示的內容就像一個薄薄的宇宙切片。我們希望的是根據數個這樣的切片，就能試著推出整個宇宙的形狀。這有點像藉著檢

驗幾片蘋果切片，就想要推出整個蘋果的形狀與構造。但是假使那些切片都沒有切到核心，我們就無從知曉果核的存在，更不用說蘋果長得像什麼樣子。同理，任何想要「看透」我們真正能觀測的既往宇宙，以便猜想整體宇宙的企圖，都至少有一部分是純粹的臆測。(頁 153)

描述宇宙整體圖像最普遍的做法，就是假設宇宙像個洋蔥，而不像蘋果那樣，因此每年觀測到的既往宇宙，都像是從洋蔥身上剝下的一層皮。宇宙的每一層在細節上或有不同，但是整體結構則十分相似。(頁 153~154)

宇宙較像洋蔥而不像蘋果這個假設，一般稱之為「宇宙學原理」(cosmological principle)。它所表達的概念是，我們在地球上所見的宇宙相當典型，與其他各處的觀測者見到的沒有兩樣。除此之外，它還有另一個涵義：從足夠大的尺度來看，宇宙可算是平滑的，而不是凹凸不平的結構。換句話說，物質集聚成恆星與星系，其間產生極大的空間，就像是次微觀尺度下的氣體或液體結構，其中大部分質量集中在原子核內，而原子再叢聚成各個分子。從原子的尺度跳到人類的尺度，我們就會認為氣體或液體是平滑、均勻的物質。同理，根據宇宙學原理，從一個足夠大的觀點而言，各個星系就好像均勻物質中的原子，而這個物質就是宇宙。(頁 154)

愛因斯坦至少有兩個理由相信宇宙學原理。(頁 154)

一、雖然宇宙的其他部分有可能與我們所在的地方結構完全相異，但我們能猜到它們像什麼的機會卻幾乎等於零。但話說回來，宇宙各部分盡皆相似的機率，其實遠遠大於某些部分會由（譬如說）乳酪組成的機率。(頁 154)

二、既然沒有理由認為宇宙不可見的部分有任何不同，似乎最有可能的情況就是均勻性(uniformity)一枝獨秀。那些位於仙女座星系的觀測者，他們的既往宇宙與我們的只有部分重疊，但是我們沒有理由懷疑雙方都能見到的部分，會與其中一方見不到的部分有任何差異。(頁 154)

這個情況與古人試圖了解地表的形狀很類似，因為當時的人只探索了地表的一小部分。根據已知的那些部分，他們認為其他部分很可能屬於同一個球形，這個信念最後終於證實了。(頁 155)

.....

時間與空間可以共同視為四維結構，其實是個非常古老的想法。一七六四年出版的著名的法國百科全書，在「維度」(dimension)這個題目下就從曾經明確提

到這一點。不過在那裡，它只是個一筆帶過的想法，未曾以任何方式探究。直到明可夫斯基對狹義相對論做出幾何的詮釋，四維時空的數學才能用來解決實際的物理問題。愛因斯坦則在廣義相對論的表述中，引介了時空曲率這個觀念，並以明顯的數學式，說明如何從時空曲率導出重力效應，這等於將時間與空間做了更緊密的聯繫。(頁 158)

就是在這點上，愛因斯坦從黎曼處獲得了靈感。黎曼的幾何並不侷限於三維，它能推廣到四維甚至更高維；黎曼引介了任意維度的曲率概念，並且寫下計算曲率的明顯公式。愛因斯坦的天才在於看出：一、黎曼的公式可用於四維空間；二、時空的幾何會影響物理現象。後者是真的革命性的觀念，因為在過去所有的科學理論中，空間都是一個被動的背景，是物理作用演出的舞台。而在愛因斯坦的表述中，輻射與物質的運動路徑皆由時空的幾何決定。我們甚至可以說：「重力就是幾何」。(頁 158~159)

一、內容簡介

作者奧瑟曼在本書的序文中，直言：

宇宙的形狀究竟如何，所謂空間的曲率 (curvature) 到底是什麼意思？本書的目的之一，就是要將這些問題連同答案的意義解釋得一清二楚。讀者幾乎不需要任何數學背景；本書將從測量世界大小這類易懂的數學方法出發，一直討論到陌生而遠離日常經驗的各種觀念。在敘述的過程中，我將試圖告訴各位，形成現代宇宙學核心的數學創意，具有怎樣的威力與令人驚喜之處。人類自古以來，一直對所處的大自然充滿著無比的好奇心，從一草一木到日月星辰，無一不是人類探索的對象。在這源遠流長的探索過程中，人類對空間的研究：從各式的測量到地球的形狀，伴隨而來的是幾何學的發展；然而，幾何學的自我發展，最終竟反過頭來幫助人類對浩瀚宇宙形狀的研究。幾何學與空間的研究，這兩者的交纏發展，對作者奧瑟曼來說，就如同一章雋永的詩篇，因而，他才欲藉由本書，帶領讀者對空間來一趟數學探索之旅，領會這章詩篇之美。

在進行這一趟數學探索之旅前，作者奧瑟曼提醒讀者要善用想像力，戴上「心靈蛙鏡」，才能在陌生的彎曲時空中自由來去，免除感官的紛擾，再藉由數學的想像力與意象，「看見」隱藏在表面之下的絕妙結構。本書共有九章，可略分為兩個部分。第一部分的主角是對地球形狀的測量。作者從畢氏定理、《幾何原本》、埃拉托斯特尼 (Eratosthenes)、阿拉伯數學家、哥倫布、世界地圖的繪製，到高斯對地球形狀及空間的研究，帶領讀者輕快地走過這一段歷史，其中最值得細細品味的，就屬世界地圖的繪製這一段。原本只是為了航海需求的地圖繪製，竟然可以引出十分有趣的數學問題。航海地圖的兩大特點是「北方對應正上方」與「相對北方的方向一律正確」，而這就是麥卡托地圖。然而，麥卡托地圖卻會有比例失真的缺陷，所以，不少人一直尋找繪製固定比例尺的地圖。不幸地，歐勒(Euler)

用他的數學天才，告訴世人這種地圖是不存在的。除了麥卡托地圖外，比麥卡托還早五百多年的阿拉伯數學家比魯尼 (al-Biruni)，就已發展出「自我中心地圖」(egocentric map)，這種地圖或許對航海者來說並不有用，但對後來的航空者來說，卻是遠比麥卡托地圖好用得多了，因為它不僅能夠迅速決定中心位置到任意地點的距離，而且，地圖上航線，就是真正的飛行路徑。這種地圖不但在航空發展上扮演重要的角色，更將提供人類「繪製」整個宇宙。

第二個部分的主軸，就是人類如何研究未知的宇宙：從非歐幾何學、黎曼的彎曲空間、哈伯定律，到愛因斯坦的相對論及後續的研究發展而從地球形狀、空間的研究，到宇宙空間的研究，在這之間扮演承先啓後的，就是高斯與黎曼二人在幾何學上的貢獻，特別是黎曼的工作。作者評論高斯在測地學與幾何學的工作時，下了如此的結論：

高斯對測地學的貢獻之一，就是將這方面的數學工具改良得盡善盡美。不過，高斯最深刻的洞見，則來自對逆向問題的探討：不是地球的形狀如何影響丈量的結果，而是如何利用丈量決定地球的形狀。

高斯這種對空間不存有先入爲主觀念的作法，啓迪了後來的黎曼，因此，「黎曼的新概念主要是說，我們對空間不該存有任何先入爲主的觀念，而應該完全像高斯研究曲面那樣，對周遭的空間進行探測：沿著直接路徑進行測量，記錄所發現的一切結果。」高斯另一個貢獻，就是導出一組適用於任何曲面的高斯曲率公式，黎曼以此爲基礎，加上自己的原創力，「發明彎曲空間的概念，並解釋如何實際計算其曲率之外，還為整個宇宙提出一個與普通歐氏空間南轅北轍的模型。說得更清楚些，他所描述的宇宙具有『球面型空間』(spherical space) 的結構，也就是說整個空間具有『常數正曲率』。」

黎曼的創見，給了愛因斯坦及數學家明可夫斯基靈感，在廣義相對論之中，愛因斯坦「引介了時空曲率這個觀念，並以明顯的數學式，說明如何從時空曲率導出重力效應，這等於將時間與空間做了更緊密的聯繫。」從此，空間從一個物理作用演出的背景，成爲會影響物理現象、並值得加以好好研究的對象。

至此之後，人類對宇宙的認識，基調大致底定，科學家要做的就是去做更多更好的觀測，根據觀測結果提出宇宙演化的模型，最後當然就是繪製整個宇宙的「地圖」。這看起來像是科學家的專業範疇，沒有數學家置喙的餘地，但事實並非如此，作者奧瑟曼清楚地告訴讀者：「二十世紀這些年間，黎曼幾何學的發展與揭開宇宙奧秘的努力攜手並進；數學家設計的各种抽象流形，不斷提供可能的模型供實際觀測驗證。」

二、評論

此書的目的就是要帶領讀者從古至今，了解人類在地球、宇宙形狀研究的歷程。此一主題，似乎應該是宇宙學家的「勢力範圍」，但作者奧瑟曼以其幾何學家的素養，巧妙地將宇宙學與幾何學的發展結合在一起，就像 DNA 的雙股螺旋那樣渾然天成。在閱讀此書時，不僅能夠增長知識，更能夠享受到閱讀的樂趣，

真的是一本不可多得的好書。增長知識的部分，筆者就毋須再贅述了，筆者要特別指出的，就是奧瑟曼能善用許多數學史及科學史的相關資料，除了增加閱讀的趣味之外，更幫助讀者理解書中所要傳達的知識內容。比如說吧，非歐幾何的發展史，是數學發展中值得一書的篇章，奧瑟曼當然沒有忽略，還利用艾雪的名畫〈天堂與地獄〉來幫助讀者解讀龐加萊的模型。又比如說，許多書籍包括筆者中學求學時的教科書，都將擴張宇宙的發現，簡單地歸功給名號響叮噠的美國天文學家哈伯，並以「哈伯定律」快速地帶過。奧瑟曼另闢蹊徑，他說：「然而，真正的史實卻大不相同，而且還要吸引人。它是一九一七年至一九二九年之間，理論與觀測間的互動引發的一段精采故事。」看完這一段精采故事後，筆者才明瞭為何「哈伯定律」這個簡單無比的數學式要冠上哈伯的名字，還要納入教科書的內容之中，也才能體認為什麼美國要將一架其貴無比的觀測儀器稱作「哈伯望遠鏡」，因為，這段歷史不僅包含了近代宇宙學研究的核心，也奠定了宇宙學未來研究的方向。

奧瑟曼的風雅之處，在本書第五章充分地流露。他在第五章一開始，別出心裁地將同時期的數學家與音樂家拿來相提並論：歐勒 (歐拉) vs. 巴哈、高斯 vs. 貝多芬、黎曼 vs. 布拉姆斯，這三位數學家與三位音樂家分別是所處時代所屬領域的代表人物，儘管數學與音樂是截然不同的文化，在他們身上卻看到了驚人的相似性。這部分就留給讀者細細品味。

《宇宙的詩篇》原書於 1995 年出版，中文譯本於 1997 年發行，至今已超過十載，這期間不少人為本書寫過推薦或書評，中、英文皆然。在此之中，筆者倒是發現一個有趣的現象。作者奧瑟曼在序言中表明：「讀者幾乎不需要任何數學背景。」不過，中央研究院數學推動中心的「向社會推薦優良數學科普書籍」網站，卻將「閱讀本書所需數學知識的難易程度」評為最難的四顆星，這之間的落差，究竟是怎麼回事？Allyn Jackson 在 *Notices of The American Mathematical Society* 所寫的評論應可回答這樣的矛盾現象：

By some sleight of hand of which the reader remains unaware, Osserman devotes to each strand just the right emphasis and just the right amount of revisiting so that the strands illuminate the story that emerges, rather than obscuring it....The book's overarching organization is a model of clarity, and it nimbly skirts technical jargon.

換句話說，奧瑟曼以其專業素養，將這發展歷程的主幹，去蕪存菁寫入本書之中，再以其傑出的筆法，深入淺出地將許多專業知識與歷史發展適切地融合在一起，讓讀者僅需要極少的專業知識，就能愉悅地閱讀本書。也就是說，這本書不僅可當作一本宇宙學及幾何學入門的科普書，更可以從中延伸，進入幾何學的殿堂，學習更高深的概念。這一切，除了要歸功奧瑟曼的表現，還要感謝葉李華、李國偉兩位的傑出翻譯。

本書書後的「名詞注釋」及「注解」，其豐富的內容更讓這本書增色不少，特別是「注解」的部分，許多條不單單是說明解釋而已，更是通往另一段精采故

事的大門，有興趣的讀者可繼續探訪，必定能滿載而歸。不過，這本書的注解方式與一般常用的方式並不相同，或許是爲了增進閱讀的流暢，在本文中並沒有加註標記，而是在注解中說明被注解的部分在書中的何處。這好處是可以幫助讀者回味、溫習書中的內容，但翻來翻去的，頗費工夫就是了。

縱然這本書是本難得的科普佳作，但，筆者仍覺得它有個美中不足之處，那就是閱讀本書，不免讓讀者誤以爲人類在宇宙學上的努力，全是朝向唯一的「科學真理」前進，而忽略了不同時期的人對宇宙所作的不同解讀，其實都蘊含了當時的文化脈絡。對宇宙的解讀與探索，其實有個更基本的需求，就是人類要如何自然中適存，而非單純地追求所謂的「科學真理」。比方說吧，中國人的天圓地方、與數術密切結合的宇宙論，衍生出了處世哲理、治國方略；希臘泰勒斯 (Thales) 的宇宙觀與今日大不相同，他相信萬物均由水構成，宇宙就是一團水，並以此來解釋在地球上的自然現象；更純「數」的宇宙觀，無非就是畢達哥拉斯 (Pythagoras) 的「萬物皆數」了，雖然畢氏學派的宇宙觀早已被摒棄，但其最深刻的利用數學解讀大自然的思想，卻藉由柏拉圖 (Plato)、歐多克索斯 (Eudoxus)、托勒密 (Ptolemy) 等人的著作，影響西方宇宙學的發展，直至今日。若以今日科學家所認可的宇宙學知識爲尺，上述這些人、文化的宇宙論可就顯得「荒腔走板」，但這些反倒更能凸顯出數學或宇宙學發展過程中，與文化脈絡的緊緊相依。筆者認爲，與其風雅地透過三位數學家與三位音樂家的對比，來強調數學的「文化」面向，倒不如另闢一章，將不同文化、時期的宇宙論簡要的介紹，以奧瑟曼深入淺出的寫作功力，這些一定能成爲宇宙詩篇的美麗插曲。

本書最後，奧瑟曼引了物理學家費曼的話：「我們所有的定律，每一條都是相當複雜而深奧的數學中的純數學描述……爲什麼？我一點概念也沒有。」「那些不了解數學的人，很難對自然的美感，那最深刻的美感，能夠真正有所體會。」這些話出自現代物理大師之口，對讀數學的人來說，讀來一定是教人心曠神怡。不過，筆者更欣賞奧瑟曼對數學語言魅力的闡述：

爲了了解物理定律而研究數學，無異於爲了捕捉外文寫成的散文或詩篇中特殊的韻味與美感，而去學習那種語文。在學習的過程中，我們很可能會被語文本身所吸引。數學的許多部分也有同樣的情形：這種語言開創之初，是爲了對周邊世界的本質提供更深的洞察力，後來則發展出自己的結構與秩序，以及自身的美感與魅力。

讀者只要細細咀嚼本書，一定能感受到奧瑟曼所說的數學的對偶本質——內在的美感與揭示外在世界隱藏結構的威力。

參考資料

Jackson, Allyn (1995). "A Geometer's View of Space-Time", *Notices of the American Mathematical Society* 42(6): 675~677.

「向社會推薦優良數學科普書籍」網站(http://www.math.sinica.edu.tw/mrpc_jsp/book/about.jsp)，中央研究院數學推動中心。