

好書推介：Chance

師大數學系研究生 黃俊瑋

書名：Chance

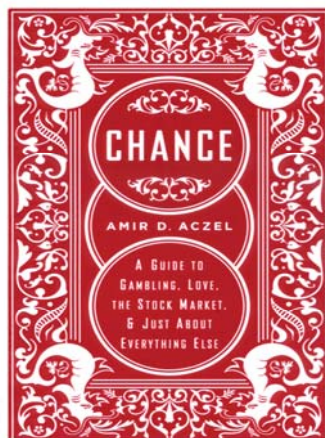
作者：A.D.Aczel

出版社：

Avalon Publishing Group

出版年份：2004

國際書碼：ISBN I-56858-316-8



一、內容簡介

一提起本書作者 A. D. Aczel，想必大家並不陌生，他是國內著名科普書籍《費馬最後定理》(Fermat's Last Theorem) (時報版) 的原作者。此外，他還有一本中譯科普書籍《笛卡兒秘密手記》。針對本書，他一改說故事的方式，不再是以時間與歷史發展為軸，而以 19 章獨立的小短篇，介紹了機率的基本概念，同時，也向讀者分享了許多我們日常生活中所遭遇到，具有不確定性的、與機率相關的各種問題。

本書包含了導論與 19 個主要章節，而這 19 個章節中，介紹了 18 個與機率有關的主題以及本書之結論，此外作者提供了 22 個與書中各章節內容相關數學問題，置於結論之後，最後則是本書之附錄。首先，在導論部份，作者探討了機率問題的起源與發展歷史，而後本書的起始章節中，作者以一般大眾常見的博奕遊戲：「骰子」與「撲克牌」作為貫串的例子，藉由淺白而自然的口吻加上圖示說明，來介紹機率計算上的基本概念，並大量收集了各式各樣與機率、與偶然、與巧合相關的題材，來吸引讀者的目光。同時，作者也在附錄之中，補充並延伸探討了許多與正文內容相關的題材(如撲克牌或轉輪盤等遊戲)，也頗值得一讀。本書還有另一特點，那就是作者在各章節中並不涉及太多機率問題的計算與深入探討，僅將一些與主題相關的實際問題，安排置於文末 (即第 19 章之後)，並附上解答，以供有興趣的讀者，自行練習與思考。

在此，筆者也依此書各章節排列的順序，針對本書內容進行簡單而概略地介紹。

第 1 章，標題為「何謂機率」。作者首先介紹了機率的觀念，開宗明義地提到：機率是人類為了解不確定性而衍生出的一門學問，機率透過量化的方式，賦予某事件可能性的一個度測值。同時，當機率值分別為 0、0.1、0.5、0.9、1 時，

作者也說明其背後所代表的直觀概念與意義，例如：機率为 0.9 代表非常可能發生。本章的最後，作者簡短地說明了機率論所帶給人們的實用性，並略談到本書所欲討論之相關主題。

第 2 章，標題為「度量機率」。作者為避免讀者的恐懼感，直截地告訴大家，其實要度量機率值就像計數一樣地簡單。當我們欲度量一個事件的機率時，只要計算出該事件的總數，再除以所有可能性的總數即可(所有可能必需等機率的條件下)。

第 3 章，標題為「聯集的計算法則」。作者以討論從 52 張撲克牌中抽出一張牌，抽中紅中或 A 的機率，介紹、說明了計算聯集的法則。

第 4 章，標題為「獨立事件」。隨機過程在很多情況之下是沒有記憶的 (memoryless)，比如我們擲一個骰子，第一次出現「2」點，並不會影響下一次出現 2 點的機率。如此，當一個隨機過程是沒有記憶時，我們稱這一連串的事件互為獨立。就獨立事件而言，兩事件交集的機率即為各自機率的乘積。相反的當計算非獨立的事件時，即必需透過條件機率的概念來處理兩事件交集的機率。

第 5 章，標題為「主觀機率」。一個人對某件事的信心度，比如某人認為自己會通過某次考試的機率，這樣的事件的機率，我們可稱之為主觀機率，其並無法有效地以一般計算機率的方法加以度量。然而，作者在本章中舉了一些實例，說明了研究上或實作上的方法，是如何度量這類型的主觀機率。

第 6 章，標題為「事件的補集、獨立事件的聯集」。本章主要介紹基本而重要的公式： $P(A) + P(A^c) = 1$ ，根據此公式，我們往往可以透過反面思維以較為簡單的方式，計算出一事件補集的機率，進而解決一些原本難以直接計算的機率問題。由此，也能幫助我們輕易地算出一些彼此獨立的事件聯集之機率，或者處理一些生活週遭常見，關於「至少有某一事件發生」的機率問題。而作者也在本章之中，花了許多的篇幅，舉出許多相關的應用與有趣的實例。

第 7 章，標題為「隨機漫步和長賭必輸(Random walks and gambler's ruin)」。在這個單元中，作者先介紹隨機漫步 (random walks) 的概念，並說明其在模擬、賭博以及股票市場上建模的應用。作者提出了一些有利於賭博獲利的策略，然而，也說明為何一般賭客長賭必輸的原因，亦即機率上所謂的長賭必輸定理 (Gambling's Ruin Theorem)。除了導因於一些遊戲本身並不公平之外，也因為賭客資產相對於莊家而言太小，實有奉勸一般大眾勿心存僥倖而以身試賭的意味。另外，關於博奕遊戲的深入介紹與說明，則置於文末附錄之中。

第 8 章，標題為「何謂隨機？」。在日常生活當中，有些現象看起來似乎不甚自然，它們是隨機的嗎？還是有意安排的？我們又如何判斷呢？作者會在本章節中告訴你。

第 9 章，標題為「巴斯卡三角形」。隨機機率問題的研究，17 世紀數學家巴斯卡所發現的「巴斯卡三角形」中，藏著許多神祕的性質、模式與數學關係，在機率的簡單應用上，它可幫助我們處理擲銅板或生男生女之相關問題，並能從中快速地得到二項分配的係數。

第 10 章，標題為「檢查悖論」(The Inspection Paradox)。許多與我們直觀、直覺相悖的現象，其背後其實是有理論可循，本章中，作者舉出許多有趣的問題，諸如等公車問題、平均年齡問題等，並引讀者進行探究。

第 11 章，標題為「生日問題」。在一個約 23 人的團體中，至少有兩個人有相同生日的機率超過 0.5，這比我們直觀上的感覺來得大上許多。然而，更令人吃驚地，當一個團體有 56 人時，其中至少有 2 人同一天生日的機率竟高達 99%，是不是很神奇呢？

第 12 章，標題為「巧合」。我們常常會發現，許多巧合的事情一再在我們日常生活中，或者媒體的報導中一再出現，比如某個朋友與自己有相同的生日、某個剛認識的人與自己來自相同的故鄉等等，這真的只是巧合？或者這其實是相當正常的事？又，機率上該如何解釋呢？本章節中，作者會告訴你這個答案。

第 13 章，標題為「如何在戀愛中成功呢 (如何發現最好的另一半)」。作者在本章中透過相關的機率理論與計算，在限定的條件之下，幫大家擬定了一套關於「擇偶」的兩全策略。

第 14 章，標題為「如何在不確定中做決定」。簡而言之，作者在本章之中介紹了期望值的概念、定義與生活上常見的一些應用，以提供我們作決策的準則。然而，僅只於概念的說明，在本章中並不涉入任何複雜的計算。

第 15 章，標題為「賽局策略 (game strategies)」。作者利用極短的篇幅介紹了賽局(遊戲)策略的意義，然作者並無意深入多加討論。

第 16 章，標題為「貝氏定理」。本章之中，作者花了不少的篇幅來介紹統計中極重要而實用的貝氏定理。事件發生的機率，會隨著我們所已知、所得到的某些條件與資訊之後而改變，而這個概念常被應用於許多檢驗與決策之中。

第 17 章，標題為「常態曲線 (分佈)」。作者先據皮爾森 (K.Pearson) 的說法，提出棣美弗 (De Moivre) 早高斯一百年即發現了常態分佈的觀點，再說明常態分佈之於自然現象以及機率統計學上的重要性，並介紹常態分佈曲線的重要性質。

第 18 章，標題為「了解民意調查」。本章中介紹生活中常見議題：民意調查背後的統計概念。即透過抽樣分佈配為常態分佈，我們可根據常態分佈之重要性質，藉由民意調查所得之得票比例，加以適當規範的抽樣誤差，進行對母體參數(真正得票率)的估計。作者沒有提到太多的理論，主要目的僅在於說明性地介紹。

第 19 章是本書的結論，再次強調機率之於日常生活的實用性，也為寫作本書的意旨作結。

最後，本書附錄的部份是由 Brad Johnson 所寫，對於有興趣的讀者而言，更是值得一讀。其中補充收錄了許多與賭博遊戲相關的文章主題，包含介紹了公平遊戲 (fair game) 與勝算比 (odd) 等概念，能幫助讀者在博奕遊戲之中，了解是否對自己有利、與否公平、該如何據此擬定策略等。此外，附錄中也提到大家所熟悉的俄羅斯輪盤 (Roulette)，同時也表列指出，此遊戲對玩家而言，期望值永遠是負的，也就是不利於玩家久玩的不公平遊戲。對於電影中常見的撲克牌遊戲 (show hand)，本書也有詳細的介紹，文中也列出所有牌組發生的機率，以讓讀者

了解為何本遊戲如此定義各種牌組的優勝順序。同時也介紹了 Davis Sklansky 所著之撲克牌遊戲的基本理論一書。附錄的最後，則對於賽馬 (horse racing) 提出了相關的說明與介紹，有興趣之讀者再自行詳讀。

二、評論

本書主要圍繞著了解「不確定性」為主軸，談到生活中種種巧合、偶然、隨機以及機率理論有關的問題。作者不談太艱深的數學，而多以淺顯的方式，再加上實例的輔助來介紹機率的相關基本概念，並搜集了諸多生活中常見而實用的機率問題，來介紹與說明了一些很有趣、或者令人感到驚訝的現象。從中我們可以了解，許多迷失概念背後所隱藏的種種機率理論與大學問，很能引吸一般讀者的興趣。

本書一開始即在導論之中介紹了機率的發展史，其中，比較特別的是作者回溯到了西元前後的各古文明的歷史，其中包含了埃及、巴比倫、中國、羅馬等文明之中，與機率相關的博奕問題的起源與發展，這是一般書中少見的，也展現出作者在寫作《費馬最後定理》與《笛卡兒秘密手記》時，匯集歷史資料的功力與見識。最後也不免俗地介紹了近代數學家巴斯卡與費馬透過書信討論賭博問題，從而引發近代機率論的這段故事。

正文的部份，是以 19 篇與機率相關的小短文組合而成，在閱讀上不會造成太大的壓力，即使略過部份篇章，也不甚影響閱讀時的連貫性與整體性。然部份章節之中的數學式，在印刷與排版上則出現了問題，容易造成讀者在閱讀與理解算式上的困難，是本書值得改進之處。此外，本書各章節內容長短不一，其中最長篇幅為第 6 章，共占了 16 頁，而最短則為第 15 章與第 19 章，竟各只占了一頁半與一頁的篇幅。

在此，部份諸如機率的基本概念、機率的計算法則、期望值、貝氏定理、常態分配等，一般教科書或科普書常見的基本概念，筆者就不加以贅述。然而，就本書中所談論的題材而言，可說是五花八門，不管是賭博、愛情、股票、民調、巧合等等都納入其中。作者介紹並說明了許多有趣的實例與許多令人驚訝的現象，令人耳目一新，頗值得讀者思考與玩味。

其實，這些材料更大大地顛覆了一般人的主觀成見與於機率的直覺的想法，筆者茲從中列舉一二並說明之。

例如，第 5 章討論了一個很有意思的主題：主觀機率。在生活中我們也許會聽到，某人認為自己百分之一百會通過考試，然而，這個通過這場考試的機率真的是 1 嗎？又一般而言，我們該如何去量測一個人的信心或者主觀上的機率呢？這時，我們可以進行如下的測試，我們先在一個袋子中放入 95 個白球與 5 個紅球，請某人自行選擇，如果抽中紅球當場得到 100 萬，或者選擇不抽球，只要通過考試也可以得到 100 萬。倘若他選擇的是抽球，則明顯表示出他內心對於是否通過考試的信心度，並不是真正的 100%，如此，以上過程反覆地測試操作，就可以漸漸去逼近、推估這個人心中真正的信心值。

再來，第 10 章所提到的檢查悖論 (The Inspection Paradox)，也是筆者認為暨有趣又能引發思考的題材。我們也許會有疑問，為什麼等待公車的時間總是比平均公車發車的時間長呢？又為什麼某個衛生習慣不佳的地區其平均壽命反而很長呢？為什麼我們燈泡使用的時間，總是比平均壽命長呢？作者舉出一些諸如此類，悖於我們直覺卻又說不上道理的例子以供讀者思考。以第二個問題為例，其中的關鍵在於該地區可能具有相當大比例的外來移民。一般而言，當我們考慮人類死亡的年齡時，會呈現接近常態分佈，然而，假設某個人是 15 歲時移民而來，那麼這個人已經不可能死於 1~14 歲，因此當某個地區外來移民比例高，那麼這些移民會使得壽命的分佈呈現偏態，也使得這個地區的平均壽命增加。就一個已經活到今日的人而言，其可能的平均壽命就會比所有人的平均壽命來得長。相同地，一個已經使用 10 小時的燈泡或電池而言，其已經不可能在 10 小時內損壞，所以在此條件之下，我們期望它所可能使用的壽命，也會比所有燈泡或電池的平均壽命來得長。

而第 11 章之中所提及的生日問題，也著實可令第一次接觸，或者過去不熟悉機率的讀書感到驚奇。直觀上，一年有 365 天，要遇到同一天生日的機率應該很低才是，然而就計算機率的結果來看，只要一個團體超過 23 人，這個團體至少有某兩個人有相同生日的機率就會超過 0.5，這個與我們直觀上的感覺有很大的不同。甚至當一個團體的人數約有 56 人時，我們就可以大膽地預言，其中必定有 2 個人是同一天生日。因為在這個情況下至少有 2 個人同一天生日的機率已高達 99%。真是令人意外的結果。

緊接著，第 12 章所提到的巧合與第十一章背後的道理也是類似的，許多我們平常以為很稀有，很難發生的事件，事實上都有很高的發生機率。例如電視上常常報導的，或者我們在平日生活中常發生的許多巧合的事蹟，就機率的觀點來看，這樣的巧合並非不尋常，甚至可能是相當正常或者幾乎是必然會發生的。就舉最近國內延燒的大選話題為例，有媒體報導說某某鄉鎮的開票結果已經連續 8 次與大選結果相同，可作為未來大選的指標。我們仔細想想，真的有如此神奇的力量呢？還是其中有什麼大道理呢？就特定一個鄉鎮來看，要連續 8 次都與大選結果相同的機率並不高，然而，就全國 3 百多個鄉鎮同時來看，其中要有某一鄉鎮的開票結果連續 8 次與大選結果相同的機率其實並不低。

筆者在此提供一個例子給讀者比較與參考，就好比一個人擲銅板要連續 8 次出現正面的機率為 $1/256$ ，然而，當 300 個人同時擲 8 次時，其中至少有某個人連續 8 次擲出正面的機率即為 $1-(300 \text{ 人都沒有出現連 8 次正面的機率})$ ，即為： $1-(255/256)^{300}$ ，經計算的結果可得到其值約為 0.7，因此，發生的機率其實是相當高的。這也告訴我們，平常在解讀一些媒體報導的跨大事件時，的確需要進一步加以深思。基於相同的概念，當我們要求與指定的某個人，指定的某件事之間具有相同的巧合，也許是很困難很難得的事，但是，當隨著我們每天每月所接觸、認識的人數增加時，那麼，我們與其中某個人，在某一件未事先預期的事件上，發生巧合的機率就會變得很高，我們無需感到意外或驚訝。

另外，第 13 章提出了一個如何發現最好的另一半的策略，也是很新鮮的題材。假設你打算與 100 位男士（或女士）約會，以從中選出一個最理想的對象，然而，規則是每次的約會後，你必需馬上選擇接受或放棄，倘若你放棄了某個選擇時，就只能好馬不吃回頭草地繼續找尋下一個約會的對象。就這個規定而言，可能不免會爲了選擇一個夠好的伴侶，又不想有遺珠之憾的兩難情境而煩惱。這時，該如何是好呢？作者也爲大家提出一個理論上的策略，就純機率的觀點來看，只要你放棄所約會的前 37 個人（或者前 37% 的對象），然後選擇接下來出現的人之中，第一個你認爲比前 37 位好的人，就會是最可能得到兩全的策略。

第 17 與 18 章之中所介紹的常態分配與民調數據的解讀（亦即估計的概念），則是現今中學教科書當紅的單元。同時，其相關概念，更應是一般社會大眾在解讀媒體報導時所需具備的理本素養。而本章中，作者先回顧了常態曲線的發現史，比較特別的是，作者先考據皮爾森（K.Pearson）的說法，提出 De Moivre 早高斯一百年即發現了常態分佈的觀點，與一般教科書有所不同。另外，作者也提出一般我們習慣稱呼分佈曲線之中「尾」（tail）的由來，是起因於 W. Gossett 所畫的袋鼠圖而來，這也是一般相關書中少見的軼事。

而關於本書的中譯本，則爲究竟出版社於 2006 年所出版之「大於 1/2-投資、愛情、生活的獲勝機率」，譯者忠實地翻譯了原書的每一個章節、問題與附錄，也保留了原書中使用的所有圖片與圖表。而翻譯的文辭亦屬通順、平實，並不會加重閱讀者的負擔，同時，也修改了部份艱澀的英文句子，改以較平易的中文，以增加一般社會大眾與青少年的可讀性。至於專有名詞的翻譯上，並未出現離譜的錯誤翻譯，也無出現因翻譯而造成的謬誤。另外，原書中使用斜體所標示的某些引述句子，以及統計學或一些相關的專有名詞與特殊名詞，譯本之中則改以中文書較常用的組體字來表示。

比較特別的是，除了中譯本的書名，能立刻令人眼睛爲之一亮之外，針對某些章節的標題部份，譯者亦爲其取上了較爲有趣或更加吸引人的中文名稱，比如第 4 章，第 5 章與第 8 章的標題，作者分別加上了：「我倆互不相干」、「一定可以考滿分」與「好事成三」。又例如第 6 章，譯者跟據章節中所提及的重要內容，而將標題改定爲「猴子敲出莎士比亞」。另外，第十七章則據原作者在篇幅之中所使用的，將兩隻袋鼠拼組成常態分配曲線的圖形，而在標題加上了：「兩隻袋鼠」。如此，透過這些更加聳動、更加生動的標題，的確更能立即吸引住中文讀者的目光。

總之，本書雖不以理論爲取向，然而卻透過許多新鮮有趣的題材，大大提昇可讀性以及普及性，從中也令讀者更能體會學習機率論對於生活的實用性與重要性，適合青少年以及有興趣的一般社會大眾閱讀，也頗值得數學教師在教學引例時參考。最後，一般人或投機客們最感興趣的問題，大概還是在於，是否存在著幫助賭博獲利的最佳策略呢？透過數學與機率統計上的研究，我們明白，不賭方爲上策。我想這也是作者在本書中想要告訴大家的道理。

優秀數學科普作品的指標

指標以五顆星 ☆☆☆☆☆ 為最高品質。

1. 知識的實質內容 (Intellectual substance of knowledge)

- (1) 認識論面向 (Epistemological aspect) : ☆☆☆
- (2) 方法論面向 (Methodological aspect) : 不適用
- (3) 歷史或演化面向 (Historical or evolutionary aspect) : ☆☆
- (4) 哲學面向 (Philosophical aspect) : 不適用
- (5) 教育改革面向 (Education reform aspect) : 不適用
- (6) 與自然科學、人文社會乃至生活經驗的連結 (Connections with natural science, social sciences and humanities as well as daily experiences) :

☆☆☆☆☆

2. 形式或表達 (Form or representation)

- (1) 創新手法 (Innovative approach: new story on old stuffs) : ☆☆☆
- (2) 數學知識的洞察力 (或洞識) (Insight into mathematical knowledge: inspiring and revealing) : ☆☆☆☆
- (3) 歷史事實的洞察力 (或洞識) (Historical insight or a sense of history) :

☆☆☆

- (4) 異文化的啟蒙意義 (Enlightening in cultural mathematics) : ☆☆☆
- (5) 忠實可靠的參考文獻 (Integrity with references) : ☆☆☆
- (6) 敘事的趣味性、可及性與一貫性 (Narrative in an interesting, accessible and coherent way) : ☆☆☆☆
- (7) 中譯本的品質 (若需要) (Quality of Chinese translation version, if needed) :

☆☆☆☆☆

3. 內容與形式如何平衡 (Balance in Content vs. Form)

- (1) 青少年層次 (for adolescence) : ☆☆☆☆
- (2) 一般社會大眾 (for general public) : ☆☆☆☆

4. 摘錄本書最精彩片段 (excerpt from the most exciting passage) :

One of the most surprising results in probability theory is that sometimes we think an event should be rare, while in reality it is much more probable.

機率論往往令人意外，某些我們以為很罕見的事件，往往實際發生的機率頗高。

Even in a fair game, when you play against a much wealthier adversary given enough gamblers, the gambler will lose with probability 1.

即使是公平的遊戲，和一位遠比你自已富裕許多的對手對賭時，只要賭得夠多，賭輸的機率即為 1。

Probability is humanity's attempt to use pure mathematics to understand the un-understandable. The universe is governed by laws that we may never quite fully understand. But the theory of probability gives us a window into the working of randomness and of phenomena that, while we may not understand, with the aid of this little bit of mathematics, may be able to estimate in some way.

機率是人類以純數學了解未知的企圖。宇宙是以我們永遠無法了解的定律所掌控。但機率理論讓我們有機會一窺隨機運作的方式，以及我們可能永遠無法了解的現象，在一些數學的協助下，或許能在某些方面進行預測。