

# 《黃金比例》書評

台北市麗山高中 彭良禎

【書名】黃金比例 (*The Golden Ratio*)

【作者】李維歐 (Mario Livio)

【譯者】邱宏義

【出版社】遠流出版事業股份有限公司

【出版年份】2004 (英文版 2002)

【出版資料】繁體中文，平裝 327 頁，售價 NT 320 元 (港幣 107 元)

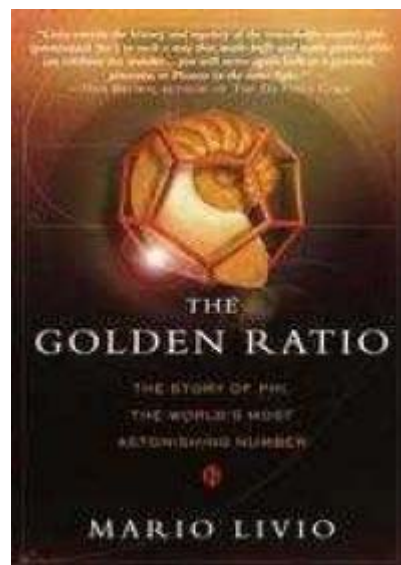
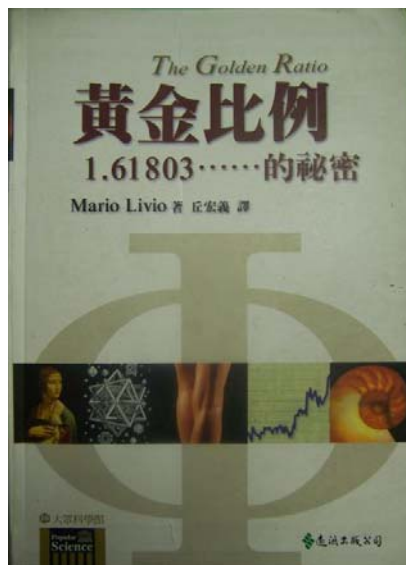
【國際書碼】ISBN 957-32-5270-8

## 一、前言

筆者國三時，在相似形單元的一道「推算  $72^\circ$ 、 $72^\circ$ 、 $36^\circ$  等腰三角形的邊長比」題目中，邂逅了黃金比例；在師大數學教育養成的《唐老鴨奇幻數學園地》影片欣賞中，<sup>1</sup> 得以窺探黃金矩形的大觀園；教書之後，在西松高中王明珠老師的「生物生長的數學奧秘」課程中，對黃金分割大開眼界。看看本書，相信讀者也會有全然的驚訝，以及更寬廣的視野。

## 二、內容簡介

本書的封面設計如圖一，中文版以一個大大的希臘字母  $\Phi$  為襯底，其上整齊地浮現出達文西的畫作、艾薛爾 (*Escher*) 的版畫、模特兒的美腿、股票走勢圖、及鸚鵡螺剖面圖，充分展現出本書主角黃金比例無所不包的意象。而原始英文版的設計，則是以一個正十二面體的骨架，內鑲一個鸚鵡螺剖面的黃金曲線，藉由古希臘的宇宙觀 (正十二面體模型)，巧妙地傳達黃金分割的起點研究 (正五邊形)，以及  $\Phi$  包山包海的特徵，內涵「上帝是數學家嗎？」的哲學韻味。



(圖一)《黃金比例 (The Golden Ratio)》中英文版的封面設計

<sup>1</sup> 另請參閱拙文：彭良禎 (君智)，〈《歡樂 123—奇幻園地》影帶 HPM 教學〉，收錄於《HPM 通訊》第 5 卷第 1 期，網路資料：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng/letter/vol5no1c.htm>

全書分爲九章，附錄的十篇簡短內容則是相關數學推論的呈現，另有作者針對各章內容提出的閱讀書目和圖片出處，表列如下：

章次	章 名	頁 碼
1	數字的前奏曲	pp.18-31
2	和諧音與五角星形	pp.32-65
3	在一個指向星星，呈 Y 形的金字塔之下？	pp.66-89
4	黃金比例方程式	pp.90-123
5	費波納奇數字無所不在	pp.124-159
6	神的比例	pp.160-197
7	藝術家也瘋狂？	pp.198-241
8	從地磚到蒼穹	pp.242-275
9	上帝是一位數學家嗎？	pp.276-303
	附錄 1~10、延伸閱讀、圖片來源	pp.304-327

本書介紹歷史上與黃金比例相關的種種案例發展，並藉此探討數學的本質。第一章可謂全書的導讀，作者先簡短地以  $\pi$  破題，從其幾何定義帶到看似無關的機率範疇。隨即以  $\Phi$  在數學、建築、藝術、生物、星系...等種種層面的影響爲對照，以點出畢氏學派的數字觀和無理數的歷史紛爭，同時考究了「黃金分割」一詞的歷史起源。

第二章是一段關於數字起源的探索之旅，作者廣從各種語言對於數字的描述，揭開人類計數、數字位值與進位、以及「數字命理」的發展史。目的是爲了帶出畢氏學派「萬物皆爲數」的觀點。緊接著介紹畢氏定理與音階比的發現，而最精采的壓軸內容，則是象徵該學派的圖騰「五角星形」，以及無理數與有理數「不可通約」的探討。

$\Phi$  是否有意識、有目的的出現在古建物或藝術作品中？緊接的五個章節，便是作者從歷史脈絡與史料文獻中，詳實檢驗或考證推翻上述宣稱的豐富行程。三、四章是考古數學的長征之旅，首先檢視的是古文明巴比倫浮雕的黃金矩形說，和古埃及金字塔結構的黃金比例說。作者批判：只基於建築或藝術品的尺寸，就宣稱黃金比例存在，是「『科學』史中最聰明的狡猾手法」。因爲該論點極易因預設立場而玩弄數字，此外，更是忽略了「測不準原理」的潛在誤差。爲此，作者不厭其煩地比較正反兩方的「證據」與說法，同時追根究底，查探巴比倫人與古埃及人關於  $\Phi$  的數學認知，最後雖揪出了穿鑿附會的倡導者，但面對現況，作者仍不禁感嘆：破除黃金主義論調的修正主張已經提出了數十年，卻仍無法阻止許多新書前仆後繼，只爲替黃金比例「造神」。

希臘雅典的巴特農神殿是黃金矩形說的另一經典代表，由於古希臘學者對於五種正多面體瞭如指掌，故對黃金分割的研究非常透徹，因此，巴特農神殿極有可能是  $\Phi$  的真正代言人。基於上述歷史文化脈絡的合理推測，作者特別在第四章設計了一段很長的「前情提要」，只可惜，故事結局仍是反方的研究報告獲得優勢。

在戳破古文明的黃金神話之後，作者將場景轉移到黃金比例大躍進的中古世代－費氏數列的問世。第五章從一個兔子家族的虛擬題目開播，結果整個劇本全是光學的折射與反射、爬樓梯的方法數、雄蜂的家譜、植物葉序的生長點、毬果與鳳梨鱗片的排列數、向日葵種子的螺線模式、飛蛾撲火的等角螺線、以及銀河螺旋星系的「客串演出」。此一看似失控的編劇，其實正突顯出黃金比例的真正魅力：無須人爲的操弄， $\Phi$  就會以一種出奇不意的方式，在最令人意想不到的地方出現。

六、七章是文藝復興時期以來的古今藝術之旅。該時期，不僅透視分析、消失點和景深的研究成了藝術創作的元素，帕西歐里彙編的《神的比例》一書，更試圖將藝術的數學基礎全面化。達文西和杜勒在此一熱潮中，也陸續加入正多面體的研究行列，使得  $\Phi$  的研究不再侷限於數學領域。就連天文數學家克卜勒，也曾嘗試用五種正多面體相容的模型，來解讀浩瀚的宇宙機制。在一一考證或推翻雨後春筍般出現的各家藝術「黃金比例說」之後，究竟有無「黃金矩形」、「黃金音樂」或「黃金比例詩」的客觀存在呢？本章最後，作者仍再次呼籲：別再把  $\Phi$  當成檢驗人體標準或藝術創作的普世準則。

在評論完  $\Phi$  在自然與藝術領域眾多「巧合」的 *Yes or No* 之後，黃金比例這個已被研究八百多年的古董數學題材，還能有什麼可以再次令人驚訝的呢？作者在第八章提到：非週期性黃金鋪磚，與黃金菱面體填滿空間的數學遊戲研究，竟能完全對應物理界於 1984 年才發現的非週期性「準結晶」結構。此外，作者還將具備「自我相似性」特徵的費氏數列、黃金曲線或黃金矩形分割，轉而與近代數學才發展出的碎形相連結，開拓了  $\Phi$  的另一個嶄新的研究面貌。而原本試圖在隨機過程中，尋找「華爾街黃金之旅」大膽而天真的波浪理論，竟也在本世紀交接之際，與「隨機性」有了正面的交會。

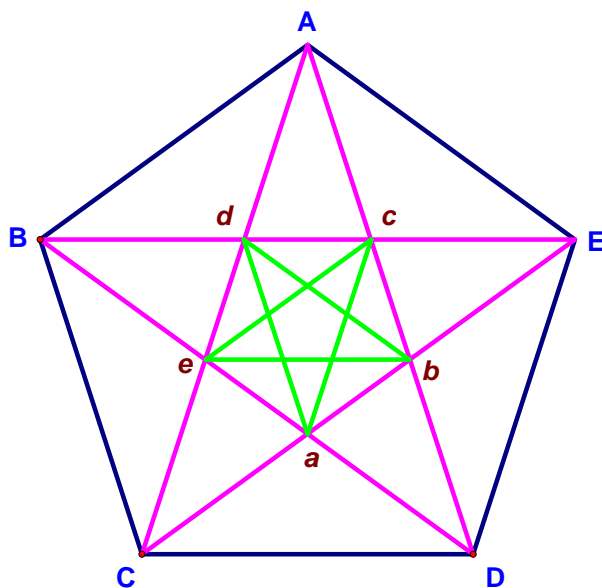
數學上，有很多類似  $\pi$  或  $\Phi$  的案例。它的起點，原只是人類心智發想的一個簡單定義，或是一個特殊的遊戲規則，但是  $n$  年後，這個 *idea* 卻可能在其他領域的應用上，發揮無與倫比的威力。第九章的題材，便是作者藉由  $\Phi$  的歷史發展的是是非非，引領讀者思考數學智識的本質，究竟數學是被發現？還是被發明？對此，作者無意陷入學術界的公婆爭論，僅以物理上，光的「粒子說」與「波動說」的歷史發展為例，提出「善用互補原則」的想法。作者認為：「我們的數學，就是我們所查覺、認知到的宇宙的對應體，而它的威力已經不斷隨著人類的探索而增強。」

### 三、評論

作者李維歐（Mario Livio）是美國哈柏太空望遠鏡科學研究所科學部門負責人，研究領域主要集中於宇宙學和天文物理學。興趣廣泛、博學多聞，書中可見其談天說地、旁徵博引的深厚科普功力。綜觀本書，作者有別於一般「數普書」基於「在商言商」的職業病，只知大力吹捧、美化黃金比例。作者先是客觀地考證正反兩方的種種論點，在一一破除以訛傳訛的錯誤之後，才又一一展現  $\Phi$  的驚人呈現，此一先蹲後跳的處理手法實在高明。此外，作者還適時提供了許多與黃金比例相關的數學發展的最新成果，實是不可多得的「數普新書」。

<sup>2</sup> 作者於 2005 又出一本「數普書」：*The Equation That Couldn't Be Solved*。參見劉柏宏，〈《無解的方程式》書評〉，「MTM 台灣數學博物館」網路資料：[http://museum.math.ntnu.edu.tw/SZ\\_01/11\\_20080806.pdf](http://museum.math.ntnu.edu.tw/SZ_01/11_20080806.pdf)

全書有一設計特別令筆者眼睛為之一亮，且深感佩服。關於無理數的發現與論證，一般多從正方形的對角線與其邊長之比來著手。<sup>3</sup>不過，作者卻提出一個新穎的觀點：無理數與有理數的不可通約性，也很有可能是透過五角星形而來。如圖二，正五邊形 $ABCDE$ 的對角線形成一個正五角星形 $ACEBD$ ，而正五角星形內又出現一個小的正五邊形 $abcde$ ，再取其對角線，又可形成一個更小的正五角星形 $acebd$ ，以及一個更小的正五邊形，如此循環下去、永無止境。此一不可公度量的直觀想法，相信很值得課堂HPM教學的嘗試，概將數論中，用以求公因數的輾轉相除法，套用在正五邊形的邊與對角線上，則正五邊形與正五角星形循環不已的現象，不就是正五邊形的邊與對角線經「輾轉相減」，永遠無法通約的漂亮圖說？



(圖二) 正五邊形邊與對角線不可公度的直觀「圖證」

作者自許以黃金比例的迷人故事，寫出饒富人情趣味的作品。此一目的，相信已在 2005 年 1 月公佈的「博客來年度百大」和「誠品TOP100 年度暢銷書榜」中得到印證。<sup>4</sup>若是細細品味本書的每個章節，保證精采絕倫且驚奇不斷，但若欲一次盡興讀完，則作者好些穿針引線的鋪陳，因內容太過龐雜與瑣碎，反倒容易失焦。

例如三、四章的主軸是爲了讓古建築的黃金謬論現形，作者在第三章面對巴比倫建築與古埃及金字塔的處理手法可謂漂亮完封，但在第四章碰上巴特農神殿時，卻顯得拖泥帶水。作者先花了近 10 頁的篇幅，巨細靡遺地介紹柏拉圖學派關於正多面體與黃金分割的認識，最

<sup>3</sup> 參閱蘇惠玉，〈從幾何面向看 $\sqrt{2}$ 〉，收錄於《HPM 通訊》第 6 卷第 12 期，網路資料：  
<http://math.ntnu.edu.tw/~horng/letter/vol6no12c.htm>

<sup>4</sup> 以 2003 年 12 月 1 日到 2004 年 11 月 30 日爲區間，博客來 2004 年度百大暢銷書的科普漫遊類有 5 本，其餘 4 本依序是《人月神話：軟體專案管理之道》、《記憶的祕密》、《蘇老師辦化學》、《不只是發明：科技改變人性？》；誠品書店 TOP100-2004 年度暢銷書榜的人文科學類有 15 本，其中與科學相關的只有 3 本，另 2 本爲《圖解半導體》和《愛上數學：悠遊數學世界的 20 個趣味故事》。《黃金比例：1.61803..... 的祕密》在 2004 年 8 月才出版，能榜上有名，可見其魅力非凡，本書在 2006 年 12 月時已達初版 9 刷，其暢銷情形不難想像。

後才以 3 頁的圖文進入辯證。此一手法，原是作者爲了突顯巴特農神殿黃金說脈絡的苦心，但該處的結論卻很不乾脆。

而作者在第四章（p.98 第 6 行）推測畢氏學派迷戀多面體的理由：黃鐵礦即一般人熟知的「愚人金」，它的晶體通常呈十二面體狀。此一論點雖非造假，卻屬迎合之舉。蓋黃鐵礦的晶形有正方體（如圖三）、八面體、十二面體，但以正方體較爲常見。<sup>5</sup>至於接下來三章的次序，筆者建議讀者先閱讀六、七章的古今藝術之旅，好將「黃金神話」一次一網打盡，然後才瀏覽第五章費氏數列的驚奇，如此便可將黃金數列從自然界，一氣呵成地接續到碎形和隨機波浪理論的新發展，最後才去思考數學智識的本質。



（圖三）正方體結晶的黃鐵礦（Pyrite）原石

關於本書的翻譯，從扉頁簡介中得知，譯者邱宏義爲美國康乃爾大學物理博士，NASA 哥達德太空飛行中心太空科學家及天文物理學家。退休後專事寫作與翻譯。因與作者的學術背景相同，故翻譯起來想必是「譯之有物」，此可從書首長達 11 頁的譯序、書中的 9 個譯按、以及各章末的譯注總計多達 84 個得到印證。此外，從「中末比」與「磬折形」（Gnomon p.108）的用詞來看，譯者應該也翻閱過不少專書才是。

隨便叫一個小孩畫星星，它最可能畫出的就是一個五角星形；這是我們穿過地球大氣觀星的結果。因為大氣亂流不斷把星光彎曲，因此形成了我們熟悉的閃爍。人們試圖用幾何形狀來表示這些閃爍引起的光芒，結果得出五角星形。（p.67 第 3 段）。

上文原是作者爲了鋪陳五角星形出現的脈絡而所作的分析，難能可貴的是，譯者在翻譯之餘，也不忘展現專業，在譯注裡修正：經繞射或散射所得的光芒都呈對稱性，其光芒必為

<sup>5</sup> 圖三攝於國科會 2004 科學週「形」特展活動。讀者可上網打關鍵字「黃鐵礦 pyrite」搜尋圖片，欣賞更多黃鐵礦的晶體造型。

雙數，因此，星星的光芒只能呈兩道、四道、六道…等。不可能是作者所揣測的五角星形。略顯可惜的是，本書部分華文專有名詞的翻譯，未能充分「在地化」，為免讀者閱讀此書時，造成不必要的誤解，茲將數個名詞勘誤如下：

- (1) 「正三角形 (*equilateral triangle*)」翻譯成「等邊三角形」(p.167,183,208,211)、「正多邊形 (*regular polygon*)」被翻成「正規的平面圖形」(p.107)、「正多面體 (*regular polyhedra*)」被譯成「正規立體」(p.27,109,164,171,172,184,212)。
- (2) 第一章 (p.22 第 1 行) 無理數：「黃金比例」等於 1.6180339887……這個無窮小數，而且小數點後的數字不會重複。這段描述是與「循環小數」的對照，故應修正為「小數點後的數字不會循環出現。」否則對 1.61803398874989484820……中一再出現的 0、3、4、8、9 而言，便是一自相矛盾的語病。
- (3) 第二章 (p.55 第 18 行) 正四面體：在幾何中，不在同一平面的四個點可以形成一個有三維體積的四面體（由四個三角面構成的**立體金字塔形**）。三角錐的英文全名是 *triangle pyramid*，由於英文的 *pyramid* 泛指所有的「錐體」，故數學上的 n 角錐也常以 *pyramid* 通稱。不過，口語上的 *pyramid* 常與埃及的「金字塔」畫上等號，可是中文的金字塔卻又與四角錐畫上等號，故此處宜將「立體金字塔形」直接翻譯成「三角錐體」，以免造成認知上的落差。相同的錯誤亦發生在第四章 (p.100 第 4 行) 的正多面體：柏拉圖所預言的原始圖形，即**金字塔**（四面體）、八面體、二十面體，和十二面體等。據筆者經驗，此誤堪稱為中西數學翻譯的「經典錯誤」。
- (4) 第六章 (pp.177-178) 在介紹杜勒《憂鬱》(1514) 版畫的四階「魔方陣」(或四階「幻方」)時，出現了二十世紀才有的「**魔術方塊**」一詞，筆者推論此誤應是譯者從 *magic squares* 意譯而來，只可惜，「魔術方塊」在台灣早已是 *Rubik's Cube* 益智玩具的專有名詞。
- (5) 第六章 (p.185 第 12 行) 關於直角：正立方體的特徵是只有一個角度—**正角** (*right angle*)。此處特地中英並列，想必是譯者一時辭窮，又為避免造成誤解的保險之舉。

#### 四、優秀數學科普作品指標

評價方式：指標以五顆星☆☆☆☆☆為最高品質。

##### 1. 知識的實質內容 (Intellectual substance of knowledge)

- (1) 認識論面向：★★★★★
- (2) 方法論面向：不適用
- (3) 歷史或演化面向：★★★★★
- (4) 哲學面向：★★★★★
- (5) 教育改革面向：不適用。
- (6) 與自然科學、人文社會乃至生活經驗的連結：★★★★★

##### 2. 形式或表達 (Form or representation)

- (1) 創新手法：★★★★★
- (2) 數學知識的洞察力：★★★★★
- (3) 歷史事實的洞察力：★★★★★
- (4) 異文化的啟蒙意義：不適用。
- (5) 忠實可靠的參考文獻：★★★★★
- (6) 敘事的趣味性、可及性與一貫性：★★★★★
- (7) 中譯本的品質：★★★★

##### 3. 內容與形式如何平衡 (Balance in Content vs. Form)

- (1) 青少年層次：★★★★★
- (2) 一般社會大眾：★★★★★ (遠流將本書定位為「大眾科學館」系列書籍)

##### 4. 摘錄本書最精彩片段 (excerpt from the most exciting passage):

- (1) 誰會料到歐幾里德純粹基於幾何目的所定義出的這個看似單純的直線分割，會對下列現象產生重要的影響：從植物學中葉子生長位置的排列，到含有數十億顆恆星的星系結構，以及從數學到藝術等等。黃金比例因此給了我們一個絕佳的例子來說明愛因斯坦所珍視的一種感受，即「全然的驚訝」，以愛因斯坦自己的話來說，「我們所能經驗到的最美好事物就是不解之謎。就是這種基本的情感孕育了真正的藝術和科學。不知道這一點的人、不再好奇心也不再感到驚奇的人彷彿死人一般，生命的燭火已經熄滅。」(p.21)
- (2) 黃金比例是人類發明出的幾何成果。可是人類對於這個成果會把他們帶到哪個奇幻仙境去，卻是毫無頭緒。如果沒有發明出幾何，我們可能永遠不會知道有黃金比例這回事。可是，誰知道呢？也或許它會從一個簡短的電腦程式中冒出呢！(p.302)