

店址：明德國中數學科教學研究會
 店長：林志寬 老師
 執行長：陳玉芬 老師
 大掌櫃：連嘉茵
 師傅群：陳惠鈴 汪慈珊 陳怡姣

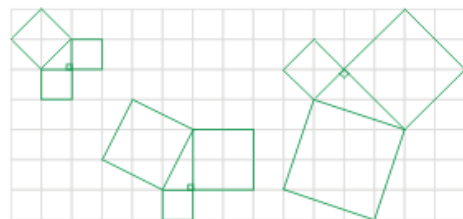
數食店月刊

第二十七期 97年11月號

從畢氏定理談「無字證明」(上)

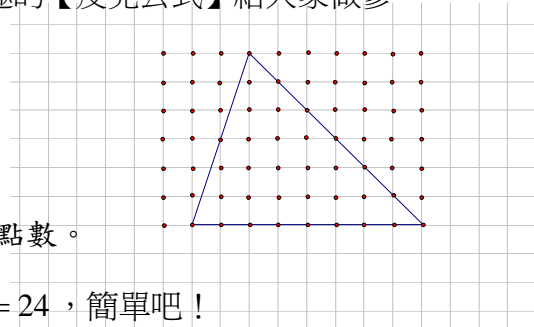
陳玉芬 撰稿

以中二的教學進度而言，目前正好是學習「畢氏定理」階段，正如大家所熟悉的，「畢氏定理」是難得將數學中的代數與幾何結合如此完美的一個單元(如圖一)，因為它既有著「圖說一體、不證自明」的幾何無限想像，也有著縝密論證的代數科學。也正因如此，它才可以承受刻卜勒所說的：「畢氏定理」是幾何學上的二個瑰寶之一！¹當然，除了「畢氏定理」之外，就中學生而言，還是有其他的數學公式，諸如：多邊形面積公式，也是能以另類的「無字證明」來有趣說明的，今就簡單陳述如下。



圖一

還記得在小學時，三角形的面積可藉由「數格子」來完成嗎？如右圖二，我們可以很輕易地「數」出它的面積是 24 (當然，你也可以直接用底乘高除 2 來計算)，只是在這邊，我們提供另一個有趣的【皮克公式】給大家做參考。



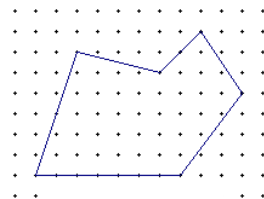
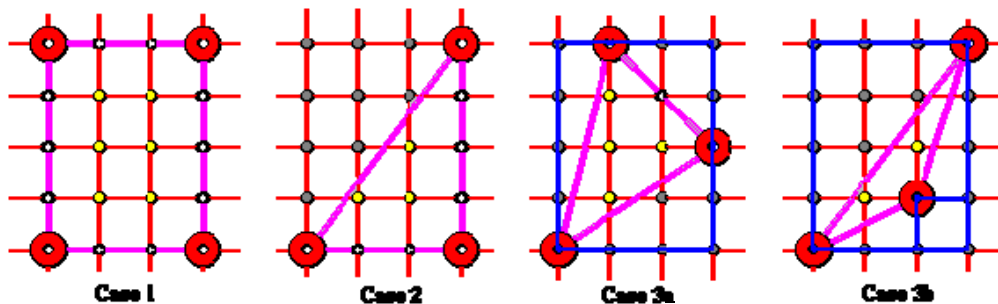
【皮克公式】：

$$\text{以格子點為頂點三角形面積可表為：} \quad \frac{S}{2} + I - 1$$

其中， S 代表三角形周長上的格子點數； I 代表三角形內部的格子點數。

所以，以右圖二為例， $S=16$ ， $I=17$ ，則三角形面積 = $\frac{16}{2} + 17 - 1 = 24$ ，簡單吧！

同學們若還有些懷疑，那我們就用下列各圖形中的格子點數來做簡單的印證！若有興趣，不妨「數」一下右圖三中的多邊形面積吧(答對的，也有下午茶一份哦)！



圖三

正如華羅庚所述：「數缺形時少直覺，形少數時難入微。」²，因此，任何的一種證明，若只有文字，難免讓人望而怯步，但若空有圖形，又難以刻畫科學的精神，就猶如縱然雙目所及的天鵝都是白的，但仍不能斷言——所有的天鵝都是白的。因此，幾何與代數的相輔相成確實能說明科學的本質。本篇受限於篇幅，同時主要讀者也是國中學生，因此相關證明予以省略，若讀者有意了解，可查閱下列註解中所提供之學習網站。

¹ 刻卜勒曾言：『「畢氏定理」與「黃金比例」是幾何學上的二個重要瑰寶』

² 引自許志農(2008)。師父中的師父。取自 2008/11/28 <http://math.ntnu.edu.tw/~maco/macobook/faoffa/f2.pdf>

動動腦時間

一、 微軟電腦軟體的遊樂場有一種叫「踩地雷」的遊戲，相信大部分的人都玩過。如下圖所示，白色區域是代表沒有地雷分佈的地區，而圖中的數字代表該區域的四周灰色地帶所佈的地雷數，而且每塊灰色區域至多佈一顆地雷。

- (1) 總共佈幾顆地雷？
- (2) 可以精確地確認每顆地雷所佈的位置嗎？

二、 阿基米德、歐幾里得、費馬與高斯參加一場四道題目的數學競賽。賽後四人圍在一起討論，對話如下：

阿基米德說：「第一題及第四題都沒答對。」

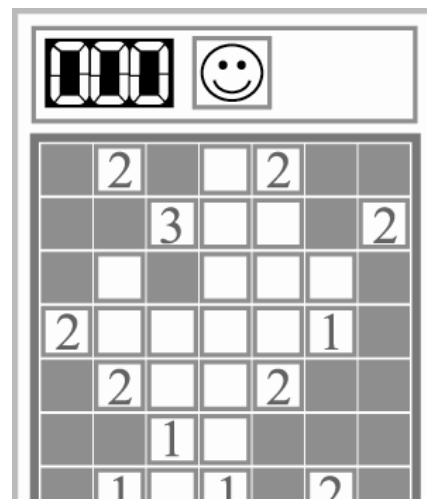
歐幾里得說：「第四題沒答對。」

費馬說：「答對第一題。」

高斯說：「答對第四題。」

四人各答對一題，而且每人答對的題目都不一樣；

已知四人中，三人說了實話。



問誰答對第一題，又誰答對第四題？

資料來源：龍騰數學 <http://www.lungteng.com.tw/LungTengNet/HtmlMemberArea/publish/Math/004/6> 動手玩數學專欄.doc

輕鬆一下

(1) 點點滴滴記兒心

猜一個數量單位

(2) 1 2 3 4 5 6 9

猜一個四字成語

今日數學辭典

尤拉路徑 (Euler Path)

有個很有名的圖論問題叫做「柯尼斯堡七橋問題」，³當年尤拉解決了這個問題，並證明了這種方法並不存在。也就是我們現在常聽到的「一筆劃問題」，即將所給予的圖形能否一筆劃將之畫完。也就是尤拉路徑。尤拉路徑可分為尤拉迴路 (Euler Cycle) 和尤拉鏈 (Euler Chain)

尤拉迴路 (Euler Cycle)：圖形中所有頂點的分支度都是偶數。如前期月刊動動腦中的圖 ②

尤拉鏈 (Euler Chain)：則是圖形中的頂點中，有二個分支度是奇數。如前期月刊動動腦中的圖

① ④ ⑤ ⑥

上期謎題揭曉

1. 圖 ③ 是無法一筆畫完成的，因為它不是尤拉路徑

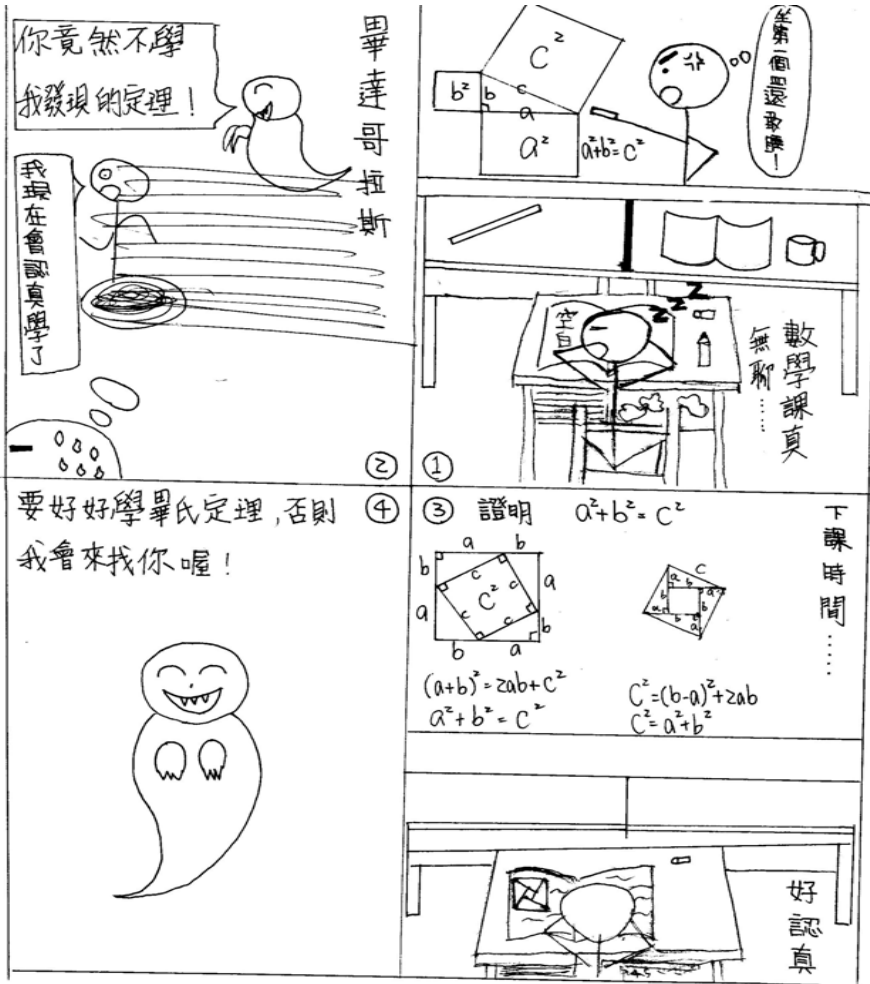
2. 謎語解答

(1) 牛頓 (2) 三角 (3) 卉

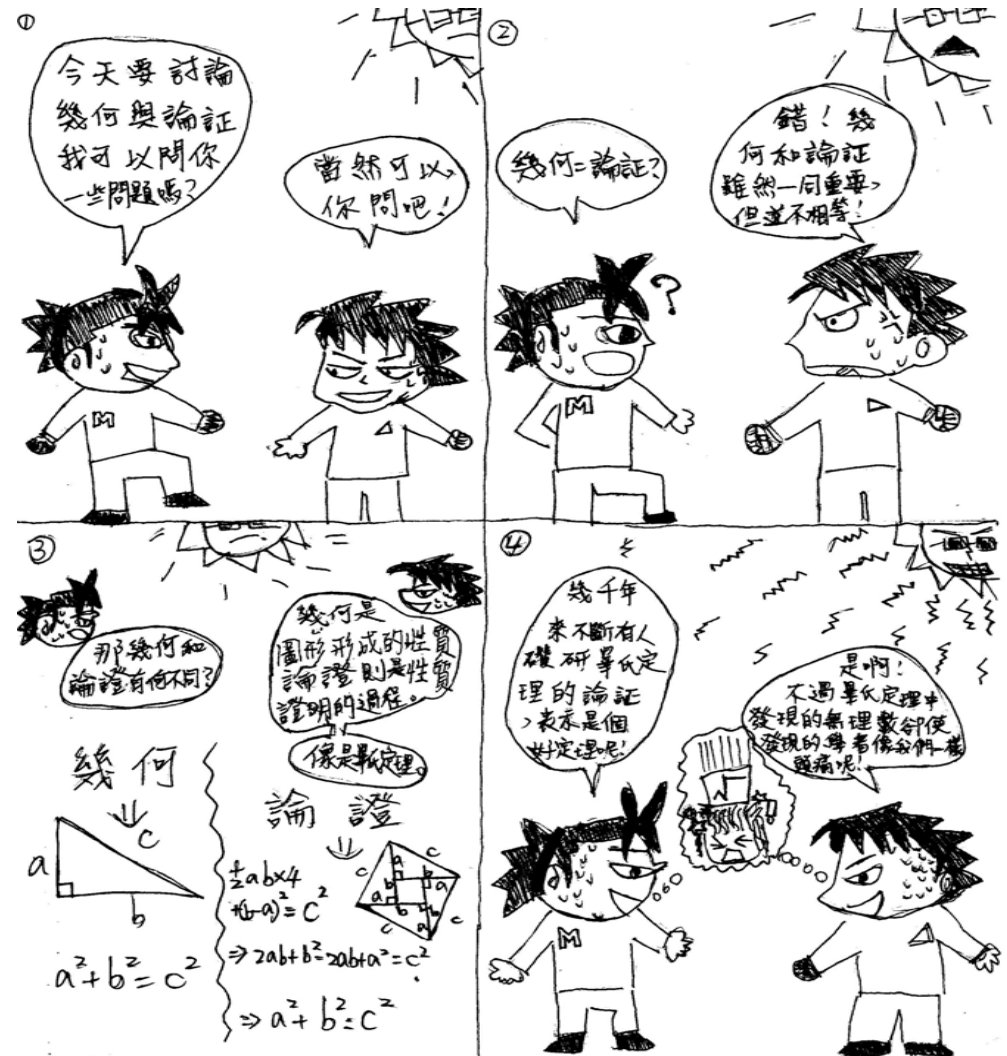
感謝伶芳老師、春明老師以及 207 部份同學的熱心參與！

³ 參見 <http://Orz.tw/bb35H>

這是 207 班的二位同學在看了「看漫畫學數學」一書的部份內容之後，所做的數學創作。左下圖是對畢氏定理的認知所做的表達，右下圖則是對幾何與論證做比較。有時利用圖畫描述數學，似乎更有些意想不到的想像空間，看似模糊，又似清晰；饒富寓意，又充滿提示。這一切就端看作者對知識理解的功力了。歡迎有興趣的同學一起熱烈參與，讓我們的月刊更加豐富！（內容凡經錄取，將有三好禮贈送。1 好禮，刊登於明德人；2 好禮：申請嘉獎一支；3 好禮：刊登於數食店月刊）。



圖、文：207 班 徐誌鴻 美工修飾：207 班 吳至柔



圖、文：207 班 任治誠 美工修飾：207 班 羅皓文

最近的夯話題——三碼

什麼是三碼？在生活中有哪些三碼？在數學中可以如何解釋？本編輯部為各位讀者說明如下：

1. **降息三碼**：這是最近最常聽到的，但到底是什麼呢？現在全球各國利率升降單位一碼均為代表 0.25%，所以三碼就是 0.75%，或許你會覺得 0.75% 好像單位很小，換算成實際的例子，如果遇到降息三碼，定存 100 萬元，一年就損失 7500 元的利息，這樣的數字，是不是就比較有感受了呢？相對的如果是房貸的人，遇到調升貸款利息，感受會明顯...。那為何要降息呢？試想：如果今天銀行的利率到 0% 的話，你還會想把錢放銀行嗎？反之，如果今天政府覺得市場過熱，資金太多，常用的手法，就是調昇銀行的存款利率，這樣大家會想把錢存到銀行市場上流動的資金，就會減少，進而降低過熱的現象，明白了嗎？⁴



2. **大樂透中三碼**：在大樂透遊戲規則中，⁵最小獎是不含特別號，中三個號碼 400 元，那叫做普獎，中獎機率是 $\frac{1}{60905}$ 。現在將大樂透各種獎項呈列如下，祝君中獎！

中獎方式	中獎方式圖示	獎項
與當期六個獎號完全相同者		頭獎
對中當期獎號之任五碼 + 特別號		貳獎
對中當期獎號之任五碼		參獎
對中當期獎號之任四碼 + 特別號		肆獎
對中當期獎號之任四碼		伍獎
對中當期獎號之任三碼 + 特別號		陸獎 NT\$1,000
對中當期獎號之任三碼		普獎 NT\$400

3. **足球上的 12 碼**罰球：是足球比賽中，守方球員在己方禁區內犯規而判罰的一種定位球。由於 12 碼的一般進球率在 90% 以上，被罰的隊伍幾近毫無反抗的能力，因此被稱為足球的極刑，那 12 碼的距離是多少呢？那就是：1 碼=3 呎；1 呎=12 吋；1 吋=2.54 公分，所以大約是 11 公尺。（雖然不是三碼，但也是三碼的 4 倍，所以大家不妨也了解一下，是吧！）
4. **郵遞區號的前三碼**：指的是行政區，現在已又增加後二碼為投遞段，如果寄件人能書寫完整，那麼將加速郵局處理信件的時間，同學們知道我們三峽的郵遞區號嗎？要記住 237 哦！

⁴ 請參見<http://jun0817.pixnet.net/blog/post/22348905>

⁵ 請參見<http://www.taiwanlottery.com.tw/Lotto649/index.asp>