

數學軟實力，溫柔數學史

洪萬生

英文原版書名：Math through the Ages: A Gentle History for Teachers and Others

原作者：William P. Berlinhoff, Fernando Q. Gouvea

頁數：xii + 275 pp

出版年：2004

ISBN 0-88385-736-7

原出版社：A Joint Publication of Oxton House Publishers (at Farmington, ME) and
The Mathematical Association of America (at Washington, DC)

中譯本書名：溫柔數學史：從古埃及到超級電腦

作者譯名：比爾·柏林霍夫，費南度·辜維亞

中譯者：洪萬生、英家銘、蘇惠玉、蘇俊鴻、林倉億、陳彥宏、郭慶章、陳啓文、
葉吉海、洪誌陽、楊瓊茹

頁數：8 + 310 pp

出版社：博雅書屋

出版年：2008

ISBN 978-986-6614-00-2

一、前言

• 閱讀歐幾里得對畢氏定理的證明（在《幾何原本》第一冊命題 47）。接著請你「溫柔地」改寫他的論證，使得難度適合高中生。

• 測量角度時常用的兩個普遍的方法，一是使用度的單位，另一種使用徑度。在徑度的測量中， π 扮演了一個關鍵性的角色，但是在使用度的單位時則否。寫一個短篇報告來比較和對比這兩種測量角度的方法，包括解釋為何 π 在其中一種會明確的出現，而另一種卻沒有。

• 為了要以代數的形式來解方程式，我們必須要用到幾種不同的抽象概念：用來代表未知數、0，以及負數的符號，還有方程式兩邊運算的相消運算的概念。寫一篇短文解釋為何試位法可以迴避對這些概念的需求。而這一點使得在學習解線性方程式時會更簡單或更困難？

以上三則「申論題」，都出自《溫柔數學史》，作者比爾·柏林霍夫，費南度·辜維亞將它們列為「專題」(project) 書寫或設計的問題。無論容易回答與否，這些題目連同本書的其他問題，都期待數學教師針對教材單元如「畢氏定理」、「角度量」與「一元一次方程式解法」等等，進行反思 (reflection) 或歷史面向的「後設認知」(meta-cognition)。事實上，本書被美國數學協會 (Mathematical Association of America, 簡稱 MAA) 納入他們所出版的「教室資源」(Classroom Resource Materials) 叢書，顯然就是為中小學數學教師提供補充教材之用。

根據兩位作者的夫子自道，本書的構想來自他們兩人兩年前（美國緬因州）Colby 學院數學系走廊的閒聊。然而，更深刻的關懷，則是呼應他們對於數學史的一往情深，以及此一學門對於數學教學（無論是中小學或大學）的可能助益。

然而，鑒於教師難以自行研發 HPM (relations between history and pedagogy of mathematics) 相關教材，所以，他們遂決定撰寫本書，以便提供類似「方便禪」的「歷史素描」(historical sketch)，供數學教師自行採擷運用。

基於此，我們也將本書列為數學普及書籍。其實，HPM 的目標之一，誠如本書作者所指出：「就是使用歷史以提供寬廣的俯瞰視野」，以便（至少）可以說明「某些概念如何被發展出來」。此外，「歷史在對於知識內容加上脈絡時，對於學習也頗有幫助。」再者，「對於我們以及我們的學生而言，知道一個概念，可以導向更深層的理解。」還有：

歷史也是學生活動的一個很好的來源。它可以簡單到要學生去研究一位數學家的生平故事，也可以精緻到像一個專題，探索地引導學生重建一個導致數學突破的歷史路徑。有時，它可以激發（高年級）學生研讀原典之企圖心。

經由學生的積極參與，上述所有這些方法，都可以提升他們的數學成就感。由此看來，本書之書寫當然也有「普及」之關懷才是，蓋如何「軟化」數學，提升學習之士氣，也是 HPM 學者堅毅地向歷史「取經」的初衷。

二、內容簡介

本書內容分為五個 PART，依序為PART 1〈數學教室中的數學史〉、PART 2〈數學簡史〉、PART 3〈素描〉、PART 4〈延伸閱讀〉，以及PART 5〈思考與討論〉。¹其中，PART 1〈數學教室中的數學史〉算是導言，主要說明數學史融入數學教室之教學的價值與意義，其旨趣可以參看上述第一節之引文。

在本書PART 2〈數學簡史〉中，作者描述了數學史的一個簡要輪廓（篇幅共占中譯版 63 頁），²其內容單元依序分別如下：「開端」、「希臘數學」、「同一時期的印度數學」、「阿拉伯數學」、「中世紀的歐洲」、「十五與十六世紀」、「代數成年禮」、「微積分與應用數學」、「嚴密與專業性」、「抽象、電腦與新的應用」、以及「今日的數學」。

由這一份單元名稱所涵蓋的內容來看，本書的確是從數學的「起源」，一路連貫到二十世紀。只不過限於篇幅，每一個單元都只能點到為止。譬如，在「開端」單元中，作者十分精要地介紹了公元前埃及、巴比倫，乃至中國和印度的數學發展，其中，他們尤其特別注意到從事數學知識活動的那些人（主要是書記）的社會脈絡。相對於此，希臘數學的文化性格顯然更容易凸顯，作者在「希臘數學」這一單元中，倒是表現得相當節制，甚少著墨阿基米德或阿波羅尼斯的成就，反倒是相當刻意地照顧「次科學傳統」(sub-scientific tradition) 代表人物如海龍(Heron) 的貢獻。

至於「同一時期的印度數學」與「阿拉伯數學」，則是針對希臘數學在公元第六世紀沈寂之後，先是印度人，然後是阿拉伯人的數學貢獻。前者主要是十進位記數系統之發明，傳自希臘的三角學之發揚光大，以及多變數方程的整數解等等。後者則簡要介紹第九到十四世紀的阿拉伯帝國成就，重點則是擺在阿爾·花刺子模與「代數」(algebra, al-jabr) 之關連、數學家/天文學家/哲學家兼詩人的阿

¹ 請注意：在英文原版的體例中，原來伴隨在 PART 2〈數學簡史〉、PART 3 每個〈素描〉之後的「習題」與「專題」，都改編成爲本書（中譯本）的 PART 5〈思考與討論〉。

² 按：本文之論述概以中譯本爲主，除非另有聲明。

爾·海亞米對於三次方程解法的研究，以及阿拉伯人對於歐氏幾何第五設準、三角學和組合理論之研究。

有關「中世紀的歐洲」，作者所著墨的，是第十到十四世紀的西歐。其中涉及主題，無非是教會學校、大學之興起，阿拉伯文著作（含古希臘之文本）之翻譯，以及商業與數學發展之密切聯繫，尤其是十三世紀李奧納多（或斐波那契）與十五世紀帕奇歐里 (Luca Pacioli) 等著作所做的見證。在「十五與十六世紀」的西歐，航海探險帶動了天文、球面幾何之研究，也使得三角學和占星術成爲顯學。連帶地，由於商人階級的興起，算術和代數的需求與日俱增。另一方面，繪畫透視學的發展，則見證了文藝復興時期，藝術與射影幾何學的早期連結。

顯然有鑑於代數發展的重要性，在「代數成年禮」中，作者綜述了代數如何從「技術」(art) 演變成爲「科學」(science) 的歷程。³當然，義大利數學家卡丹諾的三、四次方程解法，邦貝利的「虛數」概念，以及韋達、笛卡兒的符號法則，以及最終發展出來的費馬和笛卡兒的解析幾何學，都是下兩個世紀微積分發展的理論基礎。

爲了強調十七、八世紀的「微積分與應用數學」，作者首先提及十七世紀的偉大科學家伽利略與刻卜勒。然後再從卡瓦列利（伽利略的學生）的「不可分割量之原理」，引出費馬、笛卡兒在微積分發展早期的研究。最後，則是牛頓、萊布尼茲的登場，建立了微積分理論。緊接著，在十八世紀，伯努利家族與歐拉的成就，見證了微積分的發揚光大。當然，十八世紀所以樂觀，原因之一在於數學不僅成功地拓展到天體運動之力學研究，也成功地應用在人文社會現象上，前者譬如有拉普拉斯的《天體力學》，後者則有他有關古典機率論之著作爲代表。不過，無窮小量的爭議，也讓柏克萊主教的批判振振有詞，儘管法國百科全書派的達郎貝爾 (D'Alembert) 認爲「堅持住，信心必定會來臨。」

十八世紀所遺留下來的微積分基礎問題，顯然導致了十九世紀數學家對於「嚴密」的在意與渴望，然而，追求「嚴密」的另一個動力，也來自十九世紀的數學「專業性」(professionalism) 發展。而這，當然也歸功於現代大學的建立，對於數學知識制度化 (institutionalization) 所帶來的極大助力。在「嚴密與專業性」中，作者以三個面向，刻畫了十九世紀西方數學：「首先，是對嚴密性的深刻關切，特別是在分析學方面。其次事物理學的問題引出越來越多精緻複雜的數學。第三，數學家以一種新的、不同的方式變成了「專(業)家」(professional)」。針對這些，作者以法國大革命所創造的嶄新數學教育制度、高斯、柯西、外爾斯特拉斯、戴德金、康托、阿貝爾、伽羅瓦、波耶、羅巴秋夫斯基、黎曼、傅利葉、女數學家姬曼、克萊因、龐卡赫，以及國際數學家大會等人、事、地、物爲題，提供了相當簡要的說明。

在〈數學簡史〉的最後兩小節「抽象、電腦與新的應用」與「今日的數學」中，作者鳥瞰了二十世紀的數學發展。由於本世紀數學突發猛進，譬如今日所知的數學知識，就被認爲有 95% 是在 1900 年之後所生產，因此，在此數學知識激增分化（專門化）的態勢下，知識結構的統一性變得相當迫切，從而抽象化也就被推到了舞台的中心位置了。顯然，在抽象化之後，數學基礎的問題也浮上檯面，於是，二十世紀初數學基礎的爭議，抽象化的角色，遂成爲作者所選擇介紹的主題。再者，由於電腦的發明與發展乃是二十世紀下半葉的重要標誌，因此，作者也指出：電腦至少在三個方面改變了數學：首先，數學家可據以測試猜想與發現

³ 其實，這從卡丹諾、韋達的代數著作書名分別爲“The Great Art”、“Introduction to Analytic Art”一開始在 art 前面加形容詞，也可以看出端倪。此處雖然只列出英譯書名，但拉丁文原名亦然。

新結果；其次，有關電腦的模擬與視覺化；第三，就是電腦也可以「做代數」！另一方面，應用數學的巨幅發展，也使得純數學與應用數學的邊界完全消失，只不過，誠如作者所指出：「今日的數學，『從裡面』看，比之前的任何時候更多樣也更統一。它更抽象了，但也比從前的任何時期，擁有對當代生活的所有領域的更廣泛應用。正因為如此，數學『從外面』看看起來有一點令人混淆，這一點就可以說得通了。」

儘管如此，本書的重心卻是 25 篇「素描」，它們占了中文版全書總頁數 318 中的 213 頁（約 67%）。⁴這些素描都是針對基礎數學中的普通理念而作，其中尤其著重在「一個理念、一個程序、一個單元等起源之闡釋，常常連結表面上相異的事物、但分享了共有的歷史根源。」為此，作者的策略如下：

它們先是來一段簡略的數學史萬花筒，從最早期到現在！這對於形塑現代數學的人物與事件，提出一個輪廓式的架構，並且為那些分散、自足的素描，供應一個統一的脈絡。

這樣的處理，當然反映了作者的主觀認知，然而，只要我們有機會瀏覽一下這 25 篇素描的內容，就可以理解作者為數學教學謀的苦心造詣了。

茲抄錄各素描單元名稱如下：1. 算下去－寫出所有的整數；2. 算術的讀與寫－符號的由來；3. 「沒有」變成一個數－零的故事；4. 將數劈開來－分數；5. 某物小於空無？－負數；6. 十倍與十分之一－公制度量單位；7. 圓的測量－ π 的故事；8. 解未知物之術－以符號寫出代數式；9. 線性思考－解一次方程式；10. 一個平方與多物－二次方程式；11. 文藝復興義大利的傳奇－尋找三次方程式之解；12. 可喜可賀之事－畢氏定理；13. 令人讚嘆的證明－費馬最後定理；14. 美麗境界－歐幾里得平面幾何；15. 美哉！柏拉圖立體；16. 以數御形－座標幾何；17. 不真、虛幻、但有用－複數；18. 一半比較好－正弦與餘弦；19. 奇妙新世界－非歐幾何；20. 慧眼旁觀－射影幾何學；21. 遊戲乾坤－機率論的開端；22. 理解數據－統計成爲一門科學；23. 機器會思考？－電子計算機；24. 推理的計算法則－邏輯與布爾代數；25. 數不勝數－無限與集合論。

按之上述各「素描」副標題，我們發現這些它包括了整數、記數符號、零、分數、負數、公制度量單位、圓面積與 π 、符號代數式、一次方程解法（含試位法、雙設法或盈不足術）、二次方程式（主要說明阿爾·花刺子模的貢獻）、三次方程解法、畢氏定理、費馬最後定理、歐氏幾何、柏拉圖五種正多面體、座標或解析幾何、複數、三角學（正弦與餘弦）、非歐幾何、射影幾何學、古典機率論、統計學、電子計算機、邏輯與布爾代數、以及無限與集合論等單元的故事。所有這些，一方面在補充〈數學簡史〉之粗略說明，另一方面，作者針對各單元的選擇，則是完全基於中小學數學教學補充材料之考量。

事實上，正如前述，PART 5〈思考與討論〉之內容，是將英文版原置於〈數學簡史〉與各個素描之後的「習題與專題」所移編而成。這一部份可以說是本書之最重要特色之一，因為作者的設計與考量，充分地反映了 HPM 的關懷，使得它迥然不同於一般的數學史著作。爲了說明這一點，除了本文一開始所引述的三則專題之外，我們再引述如下一則，以供讀者參照：

中學代數教材常要學生用下面的方法解方程式：

- 移項使方程式一邊為 0。
- 找出幾個（整）數，放入十字交乘法將（老師精心設計的）二次式分解成

⁴ 此處計算時，我們將中譯本移到〈思考與討論〉的部份也核算回來。

兩個一次式。

- 令兩個一次式為 0，解出兩根。

二次公式解一般出現在十字交乘法之後，而（沒有圖解的！）配方法通常是拿來導出公式用。

請解釋為何這樣的進路與歷史發展相反。特別，請找出在阿爾·花刺子模當時並不存在，且對因式分解十分重要的關鍵數學概念。（參見素描 3 與素描 8。）接著請討論，你是否認為忠於歷史的進路適用於中學。請用令人信服的論述支持你的意見。

最後，本書還有一個重要的特色，那就是PART 4 的〈延伸閱讀〉。在這個部份，作者介紹了他們的「參考書架」，其中依序為卡茲 (Victor Katz) 的《數學史》、⁵伊夫斯 (Howard Eves) 的《數學史導論》、伯頓 (David Burton) 的《數學史》、格頓－吉尼斯 (Ivor Grattan-Guinness) 的《數學彩虹》、庫克 (Roger Cooke) 的《數學史：一個簡短的課程》、傑夫·鈴木 (Jeff Suzuki) 的《數學史》、史都克 (Dirk Struik) 的《簡明數學史》、格頓－吉尼斯主編的《數學科學的歷史與哲學之百科全書手卷》、《科學家傳記大辭典》(Dictionary of Scientific Biography, DSB) 等等，共有 23 本之多。此外，作者還推薦了「十五本必讀之數學史著作」，它們是：

1. 但澤 (Tobias Dantzig)，《數目：科學的語言》；
2. 鄧漢 (William Dunham)，《天才之旅》；
3. 貝爾 (E. T. Bell)，《大數學家》；
4. 歐森 (Lynn Osen)，《女數學家列傳》；
5. 伊夫斯 (Howard Eves)，《1650 年之前的數學重要時刻》；
6. 伊夫斯，*《1650 年之後的數學重要時刻》*；
7. 梭貝爾 (Dava Sobel)，*《尋找地球刻度的人》*；
8. 奧瑟曼 (Robert Osserman)，*《宇宙的詩篇》*；
9. 波但尼斯 (David Bodanis)，*《 $E=C^2$ ：世上最著名公式的傳記》*；
10. 阿鮑 (Asger Aaboe)，*《古代數學趣談》*；
11. 古歐墨 (S. Cuomo)，*《古代數學》*；
12. 薩爾斯伯格 (David Salsburg)，*《品茶仕女》*；
13. 揚德爾 (Benjamin Yandell)，*《榮譽班》*；
14. 阿爾伯斯 (Donald J. Albers)、亞歷山德森 (Gerald L. Alexanderson) 主編，*《數學人物》*；
15. 阿爾伯斯、亞歷山德森主編，*《更多的數學人物》*。

不過，作者也提醒讀者對這些書籍可以「信賴，但（也不要忘了）核證」，譬如針對《大數學家》一書，作者就明白指出：「本書已經沒有它原先的風行，主要並非它的（英文）頭銜（男數學家）『政治不正確』，而是貝爾使用史料時未免太自由了些。（有一些批評者會說這是『因為他虛構了一些史實』）。本書讀來有趣，但不要完全依賴貝爾所提供的史實。」

三、評論

⁵ 按：這是台灣師大數學所數學史專業研究生必須自修的一本著作。

作者在〈數學簡史〉中，所採用的敘事風格，令人想起了 Carl Boyer 的《數學史》(*A History of Mathematics*, 1968/1985) 與 Morris Kline 的《數學史：數學思想的發展》(或《古今數學思想》，*Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*, 1972)，以及卡茲的《數學史》(*A History of Mathematics: An Introduction*)。只不過，由於作者志不在史學敘事，所以，相形之下內容就簡要多了。顯然基於 HPM 教學的考量，作者之安排習題與專題，則類似 Carl Boyer 與卡茲的書寫策略，他們都在每章之後納入了習題，只不過前者主要以數學史本身為主，後者則顯然納入了 HPM 的關懷，譬如在卡茲的《數學史》第三章〈阿基米德和阿波羅尼斯〉最後的「討論題」中，作者就提供了如下三題：

- 在學習微積分之前，設計一節類似阿基米德推導幾何級數求和公式的課程。
- 在學習微積分之前，設計一些論證圓錐曲線焦點和切線基本性質的課程。
- 你認為阿基米德是微積分的發明者嗎？

或許正因為如此，《溫柔數學史》之「素描」幾乎不涉及十九、二十世紀數學知識重大發展面貌，而是主要指向中、小學數學教師應有的統整初等數學之能力或素養，這當然是作者念茲在茲的教育關懷之所在了。事實上，爲了「服務」中小學數學教師，他還特別在這一本擴充版中，爲每一篇素描補寫了問題與專題，鼓勵讀者（教師）延伸閱讀或設計教案。這些專題（譬如上文所述四則），都經過精心設計，有些甚至依序回答，再適當組織，即可成爲內容紮實的 HPM 短篇。因此，從提供給中、小學數學教師的最佳「溫柔」讀物之標準來說，本書可以說是樹立了一個極其難得的典範，值得吾輩效法。

這種書寫風格，也曾出現在前述 Carl Boyer 的 *A History of Mathematics*、彭特、瓊斯和貝狄恩所寫的《初等數學的歷史根源》(*The Historical Roots of Elementary Mathematics*, 1988)，以及阿鮑的《古代數學趣談》(*Episodes from the Early History of Mathematics*, 1964) 乃至於卡茲的《數學史》(*A History of Mathematics: An Introduction*) 之中。由於前書比較像是一部數學史的教科書，因此，Boyer 在他的每章之後所設計的問題，就少了數學教育方面的關懷。對比之下，彭特、瓊斯和貝狄恩，以及阿鮑乃至於卡茲的著作中的問題（幾乎每一節後都有佈置），內容就顯得相當多樣化，也就是，除了數學史本身的問題之外，它們也納入了與數學教學有關的問題。這樣看來，《溫柔數學史》一書應該是基於類似的考量吧，只是 HPM 關懷更加深刻罷了。

儘管如此，本書作者還是列出了多達 141 筆文獻，其中所涵蓋的範圍，除了古代數學文本、數學史的專業著述之外，還有 HPM 的論述以及數學科普作品。這些文獻雖然內容多元，訴求不一，但都充分發揮了數學知識的人文價值與意義，而這想必可以透過教師容易親近的「素描」發揮一點啓蒙的效果。誠然，作者在每一個「素描」中，不僅介紹歷史脈絡，而且也運用極親切的方式講解數學，換句話說，他們是「循著歷史的進路介紹數學」（引 Kline，《數學史：數學思想的發展》序言）。正因為如此，這些「素描」顯得親切可讀，值得我們深入研讀與體會。

另一方面，本書 PART 4 的〈延伸閱讀〉，也針對書末的參考文獻或網頁甚至其他媒體資訊，提供了簡要的說明與推薦。無論如何，本書內容完全「貼近」第一線教師的主要考量，的確是我們 HPM 專業工作者應當努力效法的目標吧。

最後，我們也要特別指出：作者所推薦的必讀數學史著作，雖然反映了他們年輕時廣泛閱讀的興趣，然而，平心而論，有一些著作並不是那麼適合初學者閱

讀，當然，也有一些遺珠之憾。不過，推薦書日本來就很主觀，作者願意坦率分享他們的心得，已經相當難得，我們就不必過分苛責了。

四、餘話

本書有機會以中譯本形式問世，五南文化事業的出版興趣相當關鍵。經過我們與主編黃秋萍小姐的積極聯繫，我們決定組一個團隊負責翻譯，並由英家銘擔任協調，大約是 2007 年 7 月開始動工，分工合作，於 2008 年 1 月完稿。在定稿之前，全文由英家銘與我作最後確認。

值此《HPM 通訊》即將邁入第一百期（2008 年 10 月）之際，本書中譯本之問世，實在相當令人興奮，因為這是一本 HPM 味道十足的普及作品，可以見證台灣 HPM 的發展。儘管讀者對象設定比較著重在教師身上，然而，我們希望一般讀者也有機會閱讀本書，一起來欣賞及體會數學史如何可以溫柔才是！

優秀數學科普作品的指標（暫訂）

Indicators for good popular mathematics books (tentative)

1. 知識的實質內容 (Intellectual substance of knowledge)

- (1) 認識論面向 (Epistemological aspect): 譬如知識結構或知識活動之意義。☆☆☆
- (2) 歷史或演化面向 (Historical or evolutionary aspect): 譬如知識的演化或成長。☆☆☆☆
- (3) 哲學面向 (Philosophical aspect): 譬如知識的本質。☆☆☆☆
- (4) 教育改革面向 (Education reform aspect): 譬如對於學校制式教學的反思。☆☆☆☆

2. 形式或表達 (Form or representation)

- (1) 創新手法 (Innovative approach: new story on old stuffs): 譬如從認知觀點看數學之演化。☆☆☆☆☆
- (2) 數學知識的洞察力 (Insight into mathematical knowledge: inspiring and revealing): 譬如看透知識底層的關聯。☆☆☆☆☆
- (3) 忠實可靠的參考文獻 (Integrity with references): 譬如所引用之文本（含第二手）是否為學界所信賴。☆☆☆☆☆
- (4) 敘事的趣味性、可及性與一貫性 (Narrative in an interesting, accessible and coherent way): 譬如故事或劇本的鋪陳是否符合作家 (writer) 書寫的基本要求。☆☆☆☆☆

3. 內容與形式如何平衡 (Balance in Content vs. Form): 針對下列三個年齡層閱

聽大眾，考量（知識活動）內容與形式（包裝）的不同平衡點。

(1) 兒童層次 (for kids)

(2) 青少年層次 (for adolescence) ☆

(3) 一般社會大眾 (for general public) ☆☆☆

(4) 中小學數學教師 (primary and high school math teachers) ☆☆☆☆

4. 摘錄本書最精彩片段 (excerpt from the most exciting passage) :

當〔二十世紀初〕數學基礎的爭論發生時，朝抽象化邁進就已經是數學中的強勢主題，它不僅是流行的（雖然流行肯定是部份的原因），而且抽象方法的威力強大。使用抽象方法，老的問題不是被解決了，就是被投以新的觀點。很快地，數學就被抽象的分析學、拓樸學、測度論、泛函分析和其他類似的領域所主宰。本質上，這些是將十九世紀發展出來的結果，採用抽象化的觀點一般化後的大量結果。新觀點揭露哪些觀點是重要的，而哪些不是，至於其結果，則往往引出新的發現。（頁64）

好的數學符號並不只是有效的速記而已，理想的代數符號必須要是一種普遍性的語言，能夠澄清想法，顯示模式，並且讓人聯想到一般化的形式。如果我們真的發明了一個相當好的符號，有時候它看起來像是會替代我們思考一樣：只要操作這些符號而已，然後就可以得到結果。如同伊夫斯（Howard Eves）曾說過：「在數學上，一個形式操作者常常會經驗到一種讓人不愉快的感覺，覺得他的筆勝過他的才智。」（頁114-115）

Math through the Ages:
A Gentle History for Teachers and Others

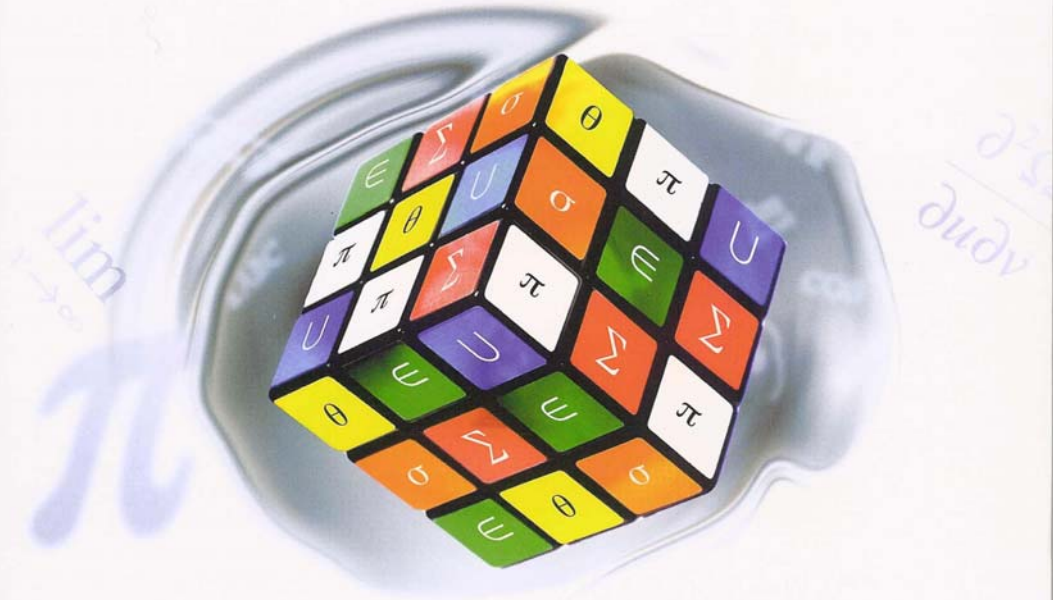
2007年美國數學協會
貝肯巴赫讀物獎
最受歡迎十大好書首選

溫柔數學史

從古埃及到超級電腦

比爾·柏林霍夫／佛南度·辜維亞 著
(William P. Berlinghoff) (Fernando Q. Gouvêa)

洪萬生、英家銘暨HPM團隊 譯



國立台灣師範大學數學系 洪萬生 教授推薦翻譯
亞馬遜網路書店五顆星書評