

從國際教育評比淺論當前數學教育的得失

洪萬生

台灣師範大學數學系

最近，由於 2006 年 PISA 的成績公佈（在五十七個參與的國家中，科學第四，數學第一，閱讀第十六），教育改革的議題再度成為社會大眾的焦點。無論這一顯眼的紀錄（相關評論，也請參見本期單維彰教授的〈從 PISA 2006 看教育問題〉）、或其他競賽如 AMC8 成績，是否可以關連到我們的教育改革（譬如九年一貫）成效，我們都需要平心靜氣、進一步分析這些成績所代表的意義。

一般而言，數學教育就如同其他學科的教育一樣，都涉及了課程與教材、教師教學以及學生學習等三個主要面向。現在，各方學者專家與團體對於課程與教材的興革之成效，幾乎少有共識，因此，本文不打算置喙。再有，以學習者為主體的教育主張，好像讓許多人充滿了疑慮，所以，本文也不想評論任何與學習有關的認知方法。在此，我只打算針對上文提及的國際評比等等成績，與教學成效可以連結的部份，略抒個人淺見。至於國中基測、高中學測與指考等資料之相關分析，則本來應該納入參考，以便幫助我們釐清當前數學教育的得與失。可惜，目前似乎尚未進行系統性的分析與研究。

所謂 PISA (Programme for International Student Assessment，國際學生評量計畫) 是由 OECD (經濟合作發展組織) 所主導的一種國際標準化評量工具。PISA 著眼於全球化教育視野，數學問題根據其概念和歷程等面向，從知識經濟社會的議題與現象取材設計而成。當一個國家的數學教育或課程趨勢掌握了這一脈絡的意義，而且，教師也努力將相關概念組織轉化成教材，並引導學生統整學習時，則學生參與國際教育評比測驗時，自然可以展現實力與自信。

事實上，正如周玉秀教授指出：當「學生願意思考探索新問題，有耐心閱讀數行之長的數學文字題，願意解碼數學圖表或抽象公式者，在 PISA 的數學素養各等級表現上佔有一定優勢時，教師的教學與學生的學習策略益形重要。」換句話說，PISA 的成績表現搶眼，教師的教學策略絕對有功。因此，無論某些教師團體如何努力地將教育改革「劃分界線」，我們千萬不要妄自菲薄：在國際數學教育界，我國數學教師的素質是處於領先群的地位。請參考謝豐瑞教授所主持的 TEDS-M (Teacher Education and Development Study in Mathematics)。

不過，在有關學習成效方面，我國 2006 PISA 計畫主持人林煥祥教授卻指出：臺灣學生在「科學」領域（2006 年主考素養）名列第四，學生解釋能力亦強，但是，形成科學議題與論證能力卻較差，值得教育工作者警惕。其實，相對於其他教育評比譬如 TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study，施測對象為四、八年級)，PISA (施測對象為 15 足歲中學生) 更加重視國民參與社會的核心素養，亦即它主要聚焦在國民在日常生活中面對挑戰時，所能表現出來的知識與技能—不是測量「學習」的有多少，而是測量能「表現」出來的有多少。對照上述成績，我們可以發現如何提升學生的「形成議題與相關論證」之能力，的確是他們「表現」實力的關鍵所在。

再有，在 2007 年 AMC (American Mathematics Contest) 8 成績公佈之後，我國主辦單位九九文教基金會指出：我國參加該項測驗的學生（施測對象原是針對八年級學生，但目前採開放報名參加方式，而且不限於美國），在幾何、推理的題目表現較差，儘管整體成績相當耀眼。主辦單位也推測這可能由於國中基測只考選擇題，導致從前備受重視的幾何證明題，幾乎不再是國二、三學生教學現場的重點，因而學生無從獲得必要的推理訓練。

因此，儘管 PISA 數學部份和 AMC 8 的成績都令人刮目相看，然而，學生論證能力不足，似乎是個值得警惕的普遍現象。其實，這種「考試命題主導教學與評量」的結果，也見證了許多高中數學教師的抱怨。他們對於目前高中學生的不知論證為何物，大都感到十分憂心，這是因為高中數學有其深刻而複雜的知識結構，一旦學生無法從論證或說理入手，那麼，數學自然就拒他們於千里之外了。

PISA 評比的理論依據，很容易聯想到丹麥數學家 Morgan Niss 所揭櫫的國民核心數學素養的八大指標（或特徵）：

- 數學思維與推理
- 數學論證
- 數學溝通
- 建模
- 擬題與解題
- 表徵
- 使用符號化、形式化和技術性之語言和運算
- 輔助工具之運用

在這八大指標中，與比較制式或傳統教學成效息息相關者，大概是後面四項。至於前四項，則無一不對當前數學教師提出莫大挑戰。試以數學溝通為例，本刊上一期單維彰就曾以此為題，在〈PISA 的數學溝通評量〉一文中指出：PISA 比起其他評量方式，更關心解題之最後階段所需要的數學溝通能力：轉譯與解釋（或說明），而這，當然也點出了當前數學教育的核心價值，那就是：讓數學的學習變得有意義！此外，其他指標如思維和推理、論證、乃至於建模，則都牽涉到數學表達能力。誠然，(數學) 教育現場的一些的現象，譬如論證素養、閱讀能力，以及統整反思的思維習慣等等，應該都可以從這些評比中看出端倪，非常值得教育學者進一步研究。

然則教學與評量究竟該如何因應呢？首先，我想國中基測應該納入證明題，以便讓學生有機會從事數學證明活動，從而多少領會其價值與意義，這是高中數學教師的普遍心聲，教育當局不應漠視。在國中基測中增列幾何證明題，當然可能引導師生鑽一些幾何證明難題的牛角尖，而完全不顧幾何課程精神之掌握。不過，考量基測的門檻目標，命題技術應該可以克服才是。我的建議是不妨釋出總分的 20% 到 25% 給計算證明題，至於難度，則是讓中等學生至少可以答對其中的一半。也就是說，基測命題應該讓這些學生有能力取得總分的 75%~80% 分數。如此，教師自然會回過頭來，重視幾何證明之教學，從而經營一個比較正常的學習環境。

其次，有鑑於新世紀國民核心素養對於連結、建模、統整與反思等能力之迫切需求，當教師進行論證教學（不限於幾何證明）時，必須特別強調證明不只用以核證 (justify)，最重要的是，進一步用以說明 (explain)。當最後這一說明功能適當凸顯時，學生的統整與反思等能力一定可以強化，而解題與論證的結合之教學，也一定可以賦予連結與建模更深刻的意義。

總之，改進或強化與論證有關的教學內容，以呼應 PISA 評比所提示的國民核心素養之願景，對任何教師而言，都是天經地義的職責所在。有志之士要想重啟數學教育的興革契機，或許就從這個共識開始吧！

編按：本文原載《科學月刊》39(2)(2008): 84-85。