

# 遇見哥德巴赫：數學天才的困境

洪萬生

台灣師範大學數學系

書名：遇見哥德巴赫猜想 (Uncle Petros & Goldbach's Conjecture)

作者：阿波斯多羅斯·多夏狄斯 (Apostolos Doxiadis)

中譯者：王維旒

出版社：小知堂文化事業有限公司

出版年份：2002

出版資料：平裝 223 頁，定價 230

國際書碼：ISBN 957-450-023-3

## 一、前言

在Alex Kasman所布置的數學小說網站中，<sup>1</sup>本書英文版被認為是最佳前十名中的一本。筆者正是基於此一機緣，而閱讀本書。不過，本書中譯本於2002年出版時，我倒是不曾聞問，或許這是數學史家的專業偏見吧，總覺得普及書寫這麼一個容易理解但卻艱難無比的未解決問題，大概不是過度簡化使得內容空洞，就是非擁有數學專業者乃能親近。

然而，看完本書的第一個感覺，我的印象卻徹底改變！其實，本書作者企圖通過小說這種文類的書寫，說明數學知識的「可證明」(provable) 或「可解決」(solvable) 是否與真理 (truth) 相關之意義—「真理不是永遠都可以被證明的」。<sup>2</sup>可惜，一般讀者大概很難體會，儘管在大學校園似乎也有一些知音！<sup>3</sup>

## 二、內容簡介

誠然本書副標題所說，它是「一本深刻描寫數學狂熱的小說」。本書共分三章，目次依序為：

Chapter 1 派楚伯父的秘密

Chapter 2 追尋真理的過程

Chapter 3 真的結束了嗎？

至於敘事方式，則是第一人稱的侄子在中年時，對於本書「傳主」派楚伯父的回憶。由於作者除了數學與電腦的專長之外，也擅長戲劇與電影製作，因此，他在本書中安置了很多小說元素，在幕起幕落之間，充滿了懸疑的戲劇趣味。

---

<sup>1</sup> 參考<http://www.cofc.edu/~kasmana/MATHFICT/>。

<sup>2</sup> 這一點當然與哥德爾 (Godel) 證明的不完備定理 (theorem of incompleteness) 有關，不過，外行人似乎很難理解或體會。

<sup>3</sup> 譬如以本校公館分部收藏的一本為例，從2002年10月25日迄今(2008年7月10日)，至少有12位讀者借閱過本書，其中2003年共有6次。

首先，在第一章中，派楚伯父的秘密究竟是甚麼呢？爲什麼他總是被視爲家族的害群之馬與生活中的失敗者呢？於是，作者就決定讓本書的主人翁（第一人稱）逐步地揭開這個秘密。不過，一直到他離開希臘前往美國留學時，在升上大三時，從室友山米（一位數學天才出身）的口中，才得知派楚伯父原來是企圖證明哥德巴赫猜測未果，又不願發表所謂的「中間結果」，逐漸從數學社群自我放逐，最後離群索居甚至成爲生活中的失敗者。

其實，第一章的戲劇張力，主要來自派楚爲了測試他的侄子是否具有數學天賦，而分派給他一個數學難題：每個大於 2 的偶數，都是兩個質數的和。至於解不出來的承諾，則是終生不得以數學研究爲專業。本書的第一人稱直到赴美留學之後，才從山米的口中得知，這正是鼎鼎大名的哥德巴赫猜想。這一顯然是「欺騙」加上「戲弄」的行爲，讓他極度憤怒，於是，他決定以數學爲主修，並且在放暑假返回希臘之後，就向伯父興師問罪了。

第 2 章主題正是派楚的數學生涯，而這當然是在他侄子的逼問下，對他自己的「追尋真理的過程」所做的告白。

原來派楚是一位數學神童，從小展現了極特殊的計算天賦，事實上，在十五歲時，他就企圖證明哥德巴赫猜想，並獲准進入柏林大學就讀。由於他立志成爲偉大的數學家，於是，他只有努力破解偉大的數學問題，才能證明自己的名實相符。正因爲如此，雖然他的博士論文成果在微分方程理論方面頗有建樹，但是，他卻認爲「它一點兒數學樂趣都沒有，不過是各種日用雜物帳單的計算而已。」

當他在 1916 年獲得博士學位之後，他遊學到劍橋大學，參加由英國數論大師哈代 (Hardy)、李特伍德 (Littlewood) 和印度天才拉瑪奴江 (Ramanujan) 所組成的數論研究小組。然而，由於他實在太在乎哥德巴赫猜想了，又鑒於偉大數學家的原創性高峰都在他這個年齡（二十幾歲）達到，所以，他決定單獨攻堅。於是，他離開劍橋，前往慕尼黑大學擔任教職。

派楚在 1919 年進入慕尼黑大學任教，直到 1939 年二次大戰爆發後，被迫返回希臘舊居。在這二十年間，他曾經完成兩個前進哥德巴赫猜想的「中間結果」，可惜，由於他離群索居，被其他人捷足先登。儘管如此，1932 年初，哈代和李特伍德還是邀請他到劍橋，發表他的進展。不過，還是相當「不幸」，他在 1933 年的劍橋大學經一位大學生的提醒，而得知哥德爾有關不完備定理之證明。於是，派楚匆忙離開劍橋轉往維也納，設法約見哥德爾。顯然是意料中事，因爲哥德爾還是很慘忍地告訴他：「每個未被證明的問題原則上都是不可證明的」。「從那時起，哥德爾的不完備定理的不明威脅，發展成爲無情的焦躁，逐漸在派楚的生活籠上陰影，澆熄了戰鬥力。」

但是，「真的結束了嗎？」這個第 3 章的題旨何在呢？在本書第一人稱從美國大學數學系畢業回到希臘之後，經常拜訪他的伯父派楚，並陪他下西洋棋。不過，他還是認爲派楚尙未認命，也就是說：派楚自認爲只是誤選了一個恰好可能無解的猜測，而不是才氣不足！因此，他決定幫助派楚「認罪」，承認自己在面對哥德巴赫猜測時不夠謙卑，並以哥德爾不完備定理爲開脫藉口。

基於此一考慮，他引導派楚討論哥德巴赫猜想的相關研究成果。這竟然激發了派楚的雄心，重新研究哥德巴赫猜想。最後，派楚在自認為證明了哥德巴赫猜想之後，中風而死，墓碑上刻著：「每個大於 2 的偶數，都是兩個質數之和」，成為雅典第一公墓最有詩意的風景之一。

### 三、評論

本書敘事主要融合了偉大數學家如費馬 (Fermat)、哈代、李特伍德、拉瑪奴江、哥德爾、約翰·納許 (John Nash) 和安德魯·威爾斯(或懷爾斯)(Andrew Wiles) 等人故事的綜合版！除了納許之外，其他都是數論方面貢獻卓著的偉大數學家。至於納許這一位《美麗境界》(*A Beautiful Mind*) 的傳主，則是本書戲劇張力的主要模仿對象，無怪乎納許推崇本書「勾勒出一幅關於一位數學家如何因為致力於破解難題而陷入腦力挑戰的醉人圖畫」。

因此，《出版者週刊》或《洛杉磯時報》的書評都強調這是一本「令人神魂顛倒」的小說。不過，作為一本「數學小說」(作者的企圖大概不僅止與此，或許他原先也希望有機會成為一部的電影劇本的腳本)，我們念茲在茲的問題，則是在本書中，數學知識如何呈現？

這個問題所以重要的原因之一，莫過於有關哥德巴赫猜想的普及幾乎不可能！這是因為此一猜測之解決涉及非常高等的數學知識，看來再怎麼會作比喻的作家，都很難將目前所獲得的所謂「中間結果」，說明到一般人可以有一點感覺的程度。因此，本書作者只好運用他所謂的「豆豆(排列)法」，來提供那些在本書故事情節中，可有可無的數學知識。

其實，本書作者對於二十世紀二、三十年代數論研究之進路，當然知之甚詳，這有賴於他熟悉數學史學的相關文獻。譬如，數論研究主要有兩個進路，分別發展出解析數論 (analytic number theory) 和代數數論 (algebraic number theory)。前者主要陣地在劍橋大學，由哈代和李特伍德所領導，利用複變函數論來研究數論，受到哈達馬(J. Hadamard, 本書譯為哈德門)和巴裡鮑森 (de la Vallee-Poussin) 之有關質數定理的證明之啟發。至於後者，則主要是柏林與哥廷根(本書譯為古汀根)兩大數學中心的顯學，源自企圖證明費馬最後定理的「中間結果」—理想子環 (ideal)。針對這一史實，作者顯然有意扼要說明，成效如何，想必懂一點數學的讀者都將會心一笑了。

另一方面，由於本書也介紹哥德爾不完備定理，因此，涉及數學基礎的一些數學哲學的基本常識，也得以簡略鋪陳，成為本書附庸風雅的賣點之一。此外，作者在本書中所點綴的天才數學家的故事，以及希臘神話的事實穿插，都增益了本書的小說特質，而這或許也是本書足以吸引一般讀者的主要原因之一。

本書有些數學家人名、數學專有名詞的中譯，與目前國內通行者不符，值得讀者注意。

## 優秀數學科普作品的指標（暫訂）

### Indicators for good popular mathematics books (tentative)

#### 1. 知識的實質內容 (Intellectual substance of knowledge)

- (1) 認識論面向 (Epistemological aspect) : ★★★
- (2) 歷史或演化面向 (Historical or evolutionary aspect) : ★★★
- (3) 哲學面向 (Philosophical aspect) : ★★★
- (4) 教育改革面向 (Education reform aspect) : 不適用

#### 2. 形式或表達 (Form or representation)

- (1) 創新手法 (Innovative approach: new story on old stuffs) : ★★★
- (2) 數學知識的洞察力 (Insight into mathematical knowledge: inspiring and revealing) : ★★★★★
- (3) 忠實可靠的參考文獻 (Integrity with references) : ★★★★★
- (4) 敘事的趣味性、可及性與一貫性 (Narrative in an interesting, accessible and coherent way) : ★★★★★

#### 3. 內容與形式如何平衡 (Balance in Content vs. Form) : 針對下列三個年齡層閱讀大眾，考量（知識活動）內容與形式（包裝）的不同平衡點。

- (1) 兒童層次 (for kids) : 不適合
- (2) 青少年層次 (for adolescence) ★★
- (3) 一般社會大眾 (for general public) ★★

#### 4. 摘錄本書最精彩片段 (excerpt from the most exciting passage) :

「數學家，」他（按：即派楚伯父）繼續，「在從事研究中得到 7684 快樂和棋手於棋盤中找到的樂趣相同。其實，真正的數學家的心理性格是和詩人或作曲家相近，也就是關心美的創造及和諧與卓越的追尋。他和務實派的人孑然相反，像工程師、政治家或是……」他停下來尋找更令自己厭惡的職業，「更實際的……生意人。」(p. 34)

但是，我還是得補充說明，自己從沒有後悔過夢想成爲一名數學家。此外，在學期間學習到的一些純數學的知識，即使只是小小一部份，也已爲我的人生上了最有價值的一課。顯然的，不用知道皮亞諾－戴得金之公理系統，日常生活中遇到的問題還是可以處理得很好，況且精通「有限簡單群的分類」也不能保證在商場上能獲得成功。從另一方面來說，非數學家族群支人是無法懷抱被人否定的快樂想法；除非（我不知道）來自某種秘密宗教，否則由理解重要理論的過程中所洩漏出來的真和美的混合，是無法從其他的人類活動中獲得。即使自己所受的教育訓練不多，只是在數學的汪洋中沾濕腳趾，但它卻永遠烙印在生命中，使我淺嚐過高等世界的無盡浩瀚。是的，它讓理想的存在變得較令人相信，甚至

更能感受到。(p. 178)