

推薦毛爾的《毛起來說無限》

洪萬生

台灣師範大學數學系退休教授

書名：毛起來說無限 (*To Infinity and Beyond: A Cultural History of the Infinite*)

作者：毛爾 (Eli Maor)

譯者：曹亮吉

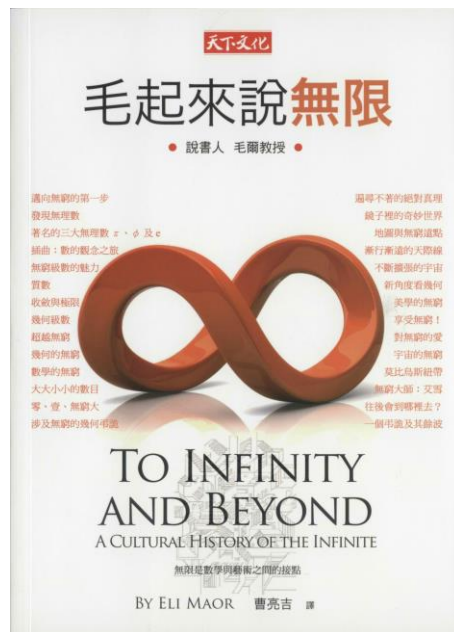
出版社：天下文化出版社，台北市

出版年：2014

出版資料：平裝本，326 pp

國際書碼：ISBN 978-986-320-402-2

關鍵詞：無限、毛爾、數學普及、無窮與美學



如將本書計算在內，毛爾的數學普及書籍已有三本在台出版中譯本：《毛起來說三角》、¹《毛起來說 e 》，²以及本書。事實上，第四本將是他的《畢氏定理四千年》（三民書局即將出版），³可見，數學家毛爾耕耘有成，是一位相當受到矚目的數學普及作家。

¹ 參考蘇俊鴻，〈總有故事可說的三角學：《毛起來說三角》〉，台灣數學博物館·科普特區·深度書評欄。

² 參考蘇惠玉，〈數學的故事告訴了我們什麼？評論《毛起來說 e 》〉，台灣數學博物館·科普特區·深度書評欄。

³ 參考林炎全，〈畢氏定理 4000 年〉，台灣數學博物館·科普特區·深度書評欄。

本書內容共有四大部分，依序是「數學的無窮」、「幾何的無窮」、「美學的無窮」，以及「宇宙的無窮」。如果讀者多少熟悉一點數學史與科學史實，對於作者在本書中，安排一、二、四部份，一定覺得理所當然，因為這是一本介紹有關無限的數學普及書籍。不過，作者所納入的第四部份「美學的無窮」，則顯然意在呼應本書副標題：有關無限的文化史（**Cultural History of the Infinite**）。當然，如將數學與宇宙論也視之為人類文化史的必要組成因素，那麼，我們的這一補充說明就顯得畫蛇添足了。

儘管如此，本書對於數學知識的解說始終堅持「質感」，即使「美學的無窮」這一部份（第 17-22 章）意在一般讀者，然而，作者對於其中相關數學的說明，也絕不「輕薄」了事。比如說吧，這一部份的主角雖然是畫家艾雪（**M. C. Escher**），但是，第 19-20 章的對稱與對稱群，卻是十分紮實的數學知識內容，至於其必要性，乃是作者在第 21 章所指出的：

艾雪的作品中，至少用了十七種平面對稱群中的十三種，可見艾雪對數學原理一定有某種直覺上的把握，只不過，他受過的正式數學訓練只有高中程度。（頁 214）

而且，艾雪的藝術作品，「是一位藝術家展現出來的數學內涵，雖然幾乎沒受過正式的數學訓練」。其實，艾雪自己也承認：「數學課我從來沒有及格過。好笑的是，我似乎可以在一知半解的情況下掌握數學理論。真的，在學校裡我的表現非常差。想想看 — 數學家現在拿我的作品表現他們書中的觀點！真妙，我還和這些有學問的人結交，好像我是他們失聯多年的兄弟。我猜他們並不十分清楚，對這些東西我一無所知。」（頁 216）儘管如此，根據毛爾的分析，艾雪的作品包含有許多數學概念，如無窮、鏡射與反演（**inversion**），三維物件及其在二維曲面上的呈現乃至於它們之間的關係。「最廣義來說，對稱概念是艾雪作品中的重點所在。不但所有的四種對稱都呈現在作品中，艾雪還加入第五種對稱：相似。這些特徵，還有對無窮的無盡迷戀，是艾雪作品中的精髓。」（頁 206）

看來，藝術家和數學家這對「失聯的兄弟」的確是「心同此理」，因此，他們才能不約而同地表現類似的數學內涵吧！在另一方面，艾雪和另一位比他早兩個世紀，在完全不同的領域發揮的音樂家家巴哈（**J. S. Bach**），也有著相似的數學直觀。他們「兩人最相同之處，在於他們對模式、節奏韻律及規則很敏銳 — 對於規則，在巴哈是時間上的，在艾雪是空間上的。雖然兩人都不會承認（或根本就不知道），但他們都是最有成就的實驗數學家。」（頁 222）

有關本書之書寫與敘事，毛爾仍然維持他一貫的典雅與簡約，在各章（全書共有 29 章）有限的篇幅中，述說或論證一些相關的數學或科學史，而且，也不

時提出他的洞識。譬如說吧，在第 15 章〈新角度看幾何〉結尾時，毛爾從射影幾何的對偶性（duality），提出了「點」在幾何學中不再獨尊的地位之評論：

「線由點組成」的觀念，已深入我們的幾何直觀，好像沒有人會去質疑。射影幾何靠著對偶原理，屏棄了這種觀念：它讓點與線地位平等，任何一個都可作為基石，使得整個幾何可以搭建起來。射影幾何打破了傳統，從古希臘的束縛中解脫出來，迎來了許多新發現使數學生命力大張，影響其後的發展。但如果一開始沒引進無窮遠點及無窮遠線，這些都不會發生，因為就是這兩個元素，使射影幾何達成統整的目標。（頁 146）

又譬如，在第 16 章「遍尋不著的絕對真理」（旨在介紹非歐幾何）第一段，毛爾給了我們蠻深刻的開場白：

若說射影幾何（經由對偶原理）從美學方面大大豐富了數學的內涵，非歐幾何的創立，則帶給整個科學思想與哲學思維無與倫比的衝擊。……點燃這次思想革命的火花，再度與無窮有關；說得更確切些，是與下面的問題有關：平行線在很遠很遠的遠方到底會怎麼樣？」（頁 148）

還有，第 23 章第一段，則是對天文學甚早成為一門成熟的學問之反思：

自有歷史以來，人類就一直望著天空，驚嘆於其神秘，對於看起來像小珠寶般鑲在天上的無數星辰充滿好奇。這些星星是什麼做成的？它們有多遠？它們帶給我們什麼訊息？出自人類對宇宙創生的敬畏的這些問題，是天文學（研究宇宙的科學）誕生的第一步。天文學研究的是我們想得到的最遠的事物，卻成為第一門發展成熟的科學，這實在是挺矛盾的。相較之下，與地球及棲居生物有關的地質學或生物學，卻要到最近幾個世紀，才成為真正的科學。藏在愈遙遠的謎團，似乎愈吸引人去解開它！（頁 230）

可見，毛爾也細心研讀了許多科學史論述，讀者如欲檢視，可徵之於本書的參考書目。

毛爾的博雅也不僅限於科學史、數學史、藝術與音樂（本書列有 66 份參考書目，其中，毛爾在每一項目下都提供了簡要的介紹與推薦），他對各種異文化也保持著濃厚的興趣。十幾年前，在遠流出版公司的慷慨贊助下，國內科學哲學與科學史學者創辦了一份英文期刊 *Philosophy and the History of Science: A Taiwanese Journal*（很可能是台灣人文與社會學界的第一份），在國外大學的訂戶中，就有來自毛爾的任教大學：芝加哥的羅耀拉大學（Loyola University）。我相信這個期刊的購訂，應該是出自他的推薦。

本書英文初版於 1987 年，已經將近 30 個年頭了。在過去 30 年間，在科技發展上，不僅天體物理（或宇宙科學）的進展一日千里，即使數學也不遑多讓。比如說，截至 2013 年 2 月 8 日為止，已知的最大質數為 $2^{57885161}-1$ ，共有 17425170 位數，比前一個最大質數多了 400 多萬位數。本書第 40 頁所列舉的，是 1979 年的舊資料：只有 6897 位數，作者當然也補充說：到 1986 年為止（應該是本書英文初版定稿時），共有 65050 位數： $2^{216091}-1$ ，請讀者稍加注意。還有，2013 年 5 月美籍華人數學家張益唐在孿生質數的研究上，做出了百年來最偉大的貢獻，而成為國際數學界的大事 — 中譯本編輯在本書第 45 頁的注解提供了按語，提及此一事實。英文版出版於 1987 年的本書介紹孿生質數時（頁 39）當然無法納入，不過，這剛好最適合用以提醒讀者：閱讀普及書籍時，也最好能利用網路搜尋可靠的及時資訊才好。

儘管如此，由於數學知識歷久彌新，它永遠可以豐富我們人類的思維方式，因此，本書值得高度推薦。對於受過一點數學專業入門訓練的人來說，這本書更是數學博雅素養的試金石，喜歡挑戰的讀者千萬不要錯過。

最後，順便提一些訂正的建議：

頁 237：作者在第 23 章〈古代世界〉提及天主教會對於「異端邪說」的壓制時，以「歐洲從此進入黑暗時代」結尾。這種措辭已經不被目前西方一般史學家所採用。比較常見的說法，是中世紀歐洲科學進入一個停滯的階段。

頁 241 注 2：法國科學史大師夸黑（Alexandre Koyre）的經典名著《從封閉世界到無限宇宙》的英文書名是“From the Closed World to the Infinite Universe”才正確。又，如果讀者對本書有興趣，不妨參考陳瑞麟、張樂霖的中譯本（2005）。

頁 146：「直線是一條線，在其上的點排得整整齊齊。」顯然譯自《幾何原本》Heath 英文版原文：“A *straight line* is a line which lies evenly with the points on itself.” 不過，原文的意思可能與木匠在確認砌磚如何對準一條（繃緊的）直線有關，因此，或可中譯為：「直線是它上面的點一樣平放著的線」。⁴而「線」在《幾何原本》中的定義是「只有長度而沒有寬度」（A *line* is breadthless length.），泛指「曲線」而言。謹提供譯者曹亮吉教授及讀者參考。

⁴ 參考藍紀正、朱恩寬譯，《歐幾里得幾何原本》，台北：九章出版社，2002。