

推薦 Steven Strogatz 的 *The Joy of x*

洪萬生

台灣師範大學數學系退休教授

書名：The Joy of x : A guided tour of math, from one to infinity

作者：Steven Strogatz

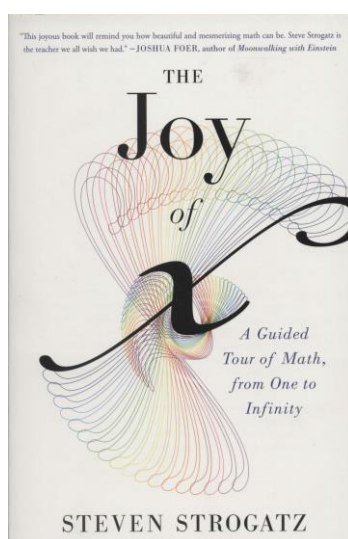
出版社：Houghton Mifflin Harcourt, Boston/New York

出版日期：2013 年

出版資料：paperback, pp. xii+316

ISBN: 978-0-544-10585-0

本書作者史蒂芬·史特格茲 (Steven Strogatz) 是康乃爾大學講座教授，是一位十分傑出的應用數學家。他曾著有《學微積分，也學人生》，是藉由他對高中數學老師的追憶（含教學點滴與畢業後的通信），而寫成的一本半自傳體的數學普及書籍。我曾撰寫書評一篇〈數學與敘事的完美結合：鄭重推薦《學微積分，也學人生》〉（載「台灣數學博物館·科普特區·深度書評」），其中，我特別推崇該書「是一本數學與敘事 (narrative) 完美結合的一本數學普及書籍。作者既寫數學，也寫人生，又綜合地 (synthetically) 與分析地 (analytically) 寫下他自己的數學人生。擁有豐富數學經驗的人，既領悟了數學創造或發明的美，又有能力將這種美的感受分享給他的閱聽人。這就是史蒂芬·史特格茲書寫本書的原初動機，他對數學經驗的詩意思象，為我們做了最深情的告白」，讀者可以自行參閱。



本書共收集 30 篇普及數學文章，包括有 16 篇根據作者自己為《紐約時報》

開闢專欄 *The Elements of Mathematics* 所撰寫的版本之改寫。內容包羅萬象，但總歸不離數學知識的有趣與有用。不過，為了方便讀者閱讀，作者還是依循數學傳統課程的方式，將這些在知識內涵上彼此獨立的文章，歸類下列六個部分：

- 數目 (numbers)
- 關係 (relationships)
- 形狀 (shapes)
- 變化 (change)
- 數據 (data)
- 研究前沿 (frontiers)

其中，除了第五部分納入 3 篇之外，其餘各個部分都有 5-6 篇。此外，由於作者利用「導覽的數學旅程」(見本書副標題)來比喻本書內容，因此，他的首篇主題是數目 1，至於終篇則是利用希爾伯特旅館 (Hilbert Hotel) 的比喻，來討論無限如何區分等級。

通常應用數學家在從事數學普及書寫時，大都比較側重數學的有用，不過，如果考慮到一般讀者的閱讀門檻，從最淺近的面向切入，適時地強調數學的知識獵奇趣味，也是多數作者經常採用的一種「下手」策略。本書作者正是如此，我們就以他所寫的第 3 篇文章為例，提供一個簡要的說明。

第 3 篇主要說明為何「負負得正」，作者的標題 “The Enemy of My Enemy” 頗有創意，他運用了有趣的比喻，而且最後還說明這在政治結盟上的意義。不過，此處我們僅引述他如何說明此一永遠擾人的教與學之永恆議題。一開始說明負數乘正數的意義，比如說 $(-1) \times 3$ ，仿照 $1 \times 3 = 1 + 1 + 1 = 3$ ，我們可以將 $(-1) \times 3$ 視為 $(-1) + (-1) + (-1)$ 而得到 -3 。如此一來，我們考察下列諸式：

$$(-1) \times 3 = -3$$

$$(-1) \times 2 = -2$$

$$(-1) \times 1 = -1$$

$$(-1) \times 0 = 0$$

$$(-1) \times (-1) = ?$$

現在，如果我們注意到諸等式右邊數出現的「模式」(pattern)，可以發現每一步都是上一數加 1 而得，因此， $(-1) \times (-1) = 1$ 理應成立才是。當然，要是讀者使用這一招用到課堂上，而學生並不買帳時，那就另請高明了。

從選題與敘述策略的觀點來看，上述這篇有關「負負得正」之說明及其

“Enemy of My Enemy”的比喻，的確很可以打動一般讀者，尤其是那些上至天文，下至地理，旁及音樂藝術無所不談的博雅人士，這更是對極了他們的胃口，因為他們天不怕地不怕，但就是怕數學！顯然基於這些讀者群的考量，作者在本書中援引許多流行文化的元素。譬如說吧，

- 第 1 篇有關「數數」之說明時，作者就引述了「芝麻街」的教學錄影帶 “123 Count with Me”。
- 第 2 篇主題是「擬形數」，作者在介紹高斯幼年發現等差級數求和公式時，引述了小川洋子數學小說經典《博士熱愛的算式》英文版 *The Housekeeper and the Professor* 的相關插曲。
- 第 11 篇主題是「函數」（英文標題是 “Power Tools”），作者則以 1980 年代的電視影集 *Moonlighting* 的一段有關「對數」的對話作為引子。
- 第 17 篇介紹「導數」時，作者引 NBA 球星喬登（Michael Jordan）的雷霆灌籃為例，說明他的跳躍曲線的斜率之變化。
- 第 25 篇介紹「最孤獨的數（亦即質數）」時，作者則引述數學小說《質數的孤獨》中的片段。

還有，

- 在第 29 篇介紹「無窮級數求和」時，作者也提及 HBO 電視影集《黑道家族》（*The Sopranos*）的一段插曲，其中黑手黨老大東尼一直懷疑他媽媽要找人置他於死地，而求助於心理分析師，呼應了該篇的英文標題：“Analyze This!”（分析這個）。

不過，我覺得本書最精彩的地方，乃是作者的「就近取譬」與「現身說法」。在本書第 9 篇中，作者提及文字題（word problem）的重要性。他一開始就回溯他自己在大約九或十歲時，他叔叔給了一個文字題：如果冷水龍頭注滿浴缸需要半小時，而熱水龍頭注滿則需要一小時，那麼，兩個水龍頭一起打開，需要多久可將浴缸注滿？當年，作者所猜測的答案是 45 分鐘，結果叔叔搖搖頭且慧黠地笑了，接著，向他說明如何正確地解決此一問題。這個問題及其正確解法給了看來並非數學早慧的作者，極大的震撼教育，以致於他後來不斷地回想此一文字題及其解法的重要意義。他甚至還與太太討論，何以他會想出 45 分鐘這個錯誤的答案。

作者利用這個「自曝其短」的案例，來向我們說明：任何一位傑出的（應用）數學家，都可能在早歲時並未顯露驚人的數學才華，然而，憑藉著後天的努力與完善的教育與學術環境，卻仍然可以成就不凡的學術事業。事實上，作者也曾在《學微積分，也學人生》中，提及他剛進入普林斯頓數學系時，被大一的線性代

數課程之高度形式化與抽象化，嚇到差點轉物理系。這種挫折對於他目前的普及書寫，想必帶來了深刻的啟發才是。

再回到上述這個文字題上。它是我們所熟悉的工程問題。在我們的教育環境中，一旦學會歸類此一文字題的屬性，便能利用相關的解法，迅速求得正確的答案。不過，作者卻藉此說明文字題可以引導我們體會「數學建模」的意義，這在以套用公式求解為尚的速食教育環境中，是非常不可思議的一件事。

總之，本書一如作者的前作《學微積分，也學人生》，也值得高度推薦。作者所設定的讀者對象，除了數學家同行、數學系學生以及中小學師生之外，應該也期待博雅君子才是，畢竟這些文章都是為《紐約時報》的讀者而寫的。