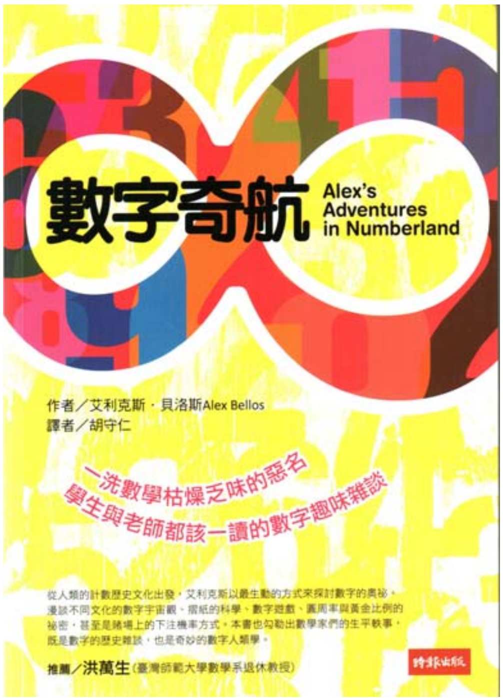
推薦《數字奇航》

洪萬生
台灣師範大學數學系退休教授

書名：數字奇航（**Alex's Adventures in Numberland**）
作者：艾利克斯・貝洛斯（**Alex Bellos**）
譯者：胡守仁教授
出版社：時報文化出版公司，**2012**
出版資料：平裝本，**343 pp**
國際書碼：**ISBN 978-957-13-5528-3**
關鍵詞：趣味數學、科技新聞主義（scientific journalism）、數學普及、民族數學



一、前言

本書原文有兩個版本，分別是美國版與英國版。本中譯本根據英國版翻譯成，其書名顯然仿自《愛麗斯夢遊仙境》（***Alice Adventures in Wonderland***）。不過，美國版除了書名改為 **"Here's Looking at Euclid"** 以及略掉一些彩色差頁圖片之外，其餘內容完全一樣。作者艾利克斯・貝洛斯（**Alex Bellos**）從牛津大學獲得數學與哲學雙學位，因此，他的敘事（**narrative**）與說理（**discourse**）之游刃有餘，可以見證他的所學之博雅。他曾經擔任英國《衛報》記者，並派駐巴西數年，同時，從他的姓氏，或可猜出他的拉丁美洲血統。這些跨界的豐富經歷，也讓他的書寫觸角遍及全世界那些非西方主流或非制式（**nonconventional**）的數

學知識活動。因此，我們在本書中得以欣賞作者所呈現的「民族數學」（**ethnomathematics**），一點也不令人意外。

在他的〈序言〉中，作者也分享他書寫本書的心路歷程：「**成年後再踏入數學世界，我的經驗與孩童時期截然不同。當時由於應付考試，往往忽略了真正引人入勝的事物，而現在我得以自由自在地涉獵看起來新奇的事物。**」因此，「**我覺得我就像一個身負重任的駐外特派記者，只不過這次，我的駐在地是抽象的數學世界。**」顯然，作者現在打算「馴服」（**tame**）數學，[1]至於他的切入點，則是體驗數學的實際運用。於是，他開始將他的旅行地圖延伸到全球各地：譬如說吧，他訪問印度，為的是體驗這個古文明如何發明 **0**；他進入雷諾賭場去觀察機率與博奕；到了日本，他則是認識了會計算的猩猩。

隨者旅程的推進，作者發現他自己「**處於既是專家又是業餘者的微妙地位**」，同時，「**再度學習學校教過的數學就像重新認識老朋友**」。部份基於此一原因，在本書中，作者

> **加入了相當份量的歷史資料，因為數學就是數學發展的歷史。人文科學永遠都因為新思想或新潮流取代了就思維，而處於一再重複發現的狀態，應用科學的理論總是經歷不斷的修正。但數學和它們不一樣，數學永遠不老化。畢氏定理或歐幾里得定理的成立，現今一如往昔，這也就是為什麼畢達哥拉斯和歐幾里得是我們在學校學到的最古老的名字了。到了十六歲，學生學到的也不超過十七中葉人們所懂的數學，到了十八歲，學到的也不過是十八世紀中葉的數學，而我在大學理學到的最現代的數學，則是來自一九二０年。**

旨哉斯言！光是憑著作者上述的「現身說法」，本書就值得高度推薦！

不過，原書與中譯本有一些誤謬或誤植（請參考本文末勘誤表），也請讀者多加注意為要。

二、內容簡介

本書共有十二章，目次依序如下：

第０章　數字之始
第一章　計數文化
第二章　看吧！

[1] 巧合地，台灣數學教育學會（Taiwan Association of Mathematics Education）的英文縮寫也剛好是 TAME。這種巧合，或許是學會的成員自許要將（一般人認為抽象、可怕的）數學馴化，以便與一般人分享數學知識的有趣與有用吧。

第三章　關於空無一物
第四章　π的故事
第五章　**X-**因子
第六章　遊戲時間
第七章　數列的秘密
第八章　金手指
第九章　機遇好極了
第十章　一切歸於正常
第十一章　盡頭到了

有關本書內容，在第０、一章中，作者主要說明民族數學例子、計數、基底進位制與（日本與中國的）珠算盤。第二章以婆神迦羅（**Bhaskara II**）的畢氏定理證明結語 —「看吧！」（**behold!**）為題，當然介紹與該定理證明的相關歷史，譬如歐幾里得《幾何原本》內容，乃至日本的摺紙數學，尤其是芳賀和夫（**Kazuo Haga**）的貢獻：

> 如果說現代世界有哪一個人能夠體現畢達哥拉斯的精髓，我敢說那就是芳賀和夫了。他和畢達哥拉斯對於數學的發現有著相同的熱情，都是基於幾何單純的和諧性。這種發現的經驗觸動芳賀的靈魂，就像兩千多年前的畢達哥拉斯。芳賀說：「大多數的日本人都熱中於創造新的摺紙形狀，我的目的是跳脫在實際上創造新東西，反而是發現數學現象。這就是為什麼我會這麼感興趣。就算在極其簡單的世界，一樣能夠發現令人著迷的東西。（頁 **90**）

有關第三章，本書作者則以 **0** 的發明為主題，並說明數學與印度教與佛教文明之密切關係。任何讀者有意瞭解印度宗教文化，本章是極佳切入點。在第四章中，作者則從幾位速算者（**lightening calculator**）談起，其中還包括一些被科學研究中心聘用專司計算。譬如德國的達斯（**Zacharias Dase**），就曾接受偉大的高斯建議，建立一個從 **7,000,000** 到 **10,000,000** 之間的所有數的因數表。但是，他之所以有趣，則是因為他十幾歲時，就已經計算π到小數點後兩百位了。利用這個引子，作者為我們說明π的故事。其中，有許多插曲都已見於其他科普書籍如《π的傳奇》。不過，真正有趣的，則是前述的達斯求得π的兩百位小數近似值，所運用的無窮級數展開式：

$$\frac{\pi}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{8}[\frac{(\frac{1}{2})^3}{3}+\frac{(\frac{1}{5})^3}{3}+\frac{(\frac{1}{8})^3}{3}]+[\frac{(\frac{1}{2})^5}{5}+\frac{(\frac{1}{5})^5}{5}+\frac{(\frac{1}{8})^5}{5}]-\ldots$$

當然，他如何得知此一展開式，高斯是否曾經指點一二，真是令人好奇！

第五章主題是代數與對數，但是，作者卻是利用一個魔術數字 **1089** 當作引子。在代數的發展史方面，作者依序介紹古埃及、古希臘丟番圖、第九世紀的阿爾・花拉子模，以及韋達與笛卡兒的符號法則（**symbolism**）。有關符號法則的威力，作者也對照了帕西歐尼（**Luca Pacioli, 1494**）、韋達（**Viete**）以及笛卡兒有關二次方程式 $4x^2-5x+3=0$ 的寫法（中譯本頁 **152** 第二段）。可惜，原書本段有承上啟下的一句話被略掉了，以致於讀起來不連貫。[2]在對數的歷史發展方面，作者介紹納皮爾（**John Napier**）引進對數（**logarithm**，取自古希臘語 **logos** 與 **arithmos** 之組合），接著，又說明布里格斯（**Henry Briggs**）利用以十為底數的概念簡化對數，以及甘特（**Edmund Gunter**）發明並由奧特瑞德（**William Oughtred**）改良的對數尺。

第六章的主題是娛樂數學或休閒數學（**recreational mathematics**）。作者以幻方（**magic square**）、拉丁方陣（**Latin square**）、數獨、七巧板以及數字推盤遊戲，最後這個遊戲後來演變成為魔術方塊。本章也介紹兩位解謎專家，美國的羅伊德與英國的杜德奈，後者的數學能力甚佳，乃能觸及一些頗有深度的數學問題，譬如郵差問題。另外，杜德奈也發現了正方形與正三角形、正方形與正五邊形互換的幾何切割方法，他將這種謎題為裁縫商謎題（**Haberdasher's puzzle**）。在本章最後，作者特別分享他參加為葛老爹（**1914-2010**）而聚的第八屆 **G4G**（**Gathering for Gardner**）研討會之心得。另一方面，本章也提及魔術方塊之相關賽事，國內對相關問題感興趣的讀者，想必曾經造訪本系郭君逸（**David Guo**）教授的網站才是。

對於稍微熟悉數學分析學的讀者來說，本書第七章所揭示的數列之秘密，是相當受用的內容，比如說，從調和級數刪除下列各項（含有數字 **9** 的每一項）：

1/9, 1/19, 1/29, 1/39, 1/49, 1/59, 1/69, 1/79, 1/89, 1/90, 1/91, 1/92, …

其結果是變為收斂級數，「**刪除 9，我們馴服了巨大的無限。**」不過，本更令人瞠目結舌的例子，則是與數論有關的一些奇妙數列，比如說，在下列數列

1, 1, 2, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 1, 1, 2, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 2, 1, 1, 2, …

中，**3** 第一次出現在第九項，**4** 第一次出現在第 **221** 項。但是，**5** 何時第一次出現呢？答案匪夷所思，請讀者先猜猜看吧！

第八章主題是黃金比（**golden ratio**）φ 與斐波那契數列。「黃金比」這個名

[2] 這句話如下：With Descartes' symbology, all traces of rhetorical expression had been expunged.

詞在中文界都慣稱為「黃金比例」，其實有一點誤解，因為這代表一個比（值），而非「比例式」。本章一開始，作者就介紹一位 **phi** 迷樂文（**Eddy Levin**）與我們認識，他對φ的著迷（**obsession**）已經到了無法自拔的程度了。譬如，他一見到本書作者 **Alex Bellos**，就請後者利用大寫英文寫下這個名字 **ALEX BELLOS**，然後，運用他的「黃金尺規」(一把鉗子)，確認作者所寫的名字之字母分佈比是為黃金比。換言之，作者書寫時，遵循了黃金法則。至於這位樂文何以對φ如此狂熱呢？原來，他是一位牙醫，早年發現他自己再怎麼努力設計，都無法讓假牙在患者臉上的笑容顯得自然一些：「不管怎麼樣，牙齒看起來就很假。」於是，他開始上數學與心靈課程，因而知道了黃金比例。他深受帕喬利（**Luca Pacioli**）的《神聖比例》之啟發，有一天半夜兩點，他赫然發現在最迷人的牙齒中，中間的大門牙比兩側的門牙寬一個φ（的比值)。側門牙比犬齒寬一個φ。犬齒又比前臼齒寬一個φ。因此，他的結論是：完美微笑之美由φ決定了。

第九章主題是機率，作者從期望值與大數法則兩方面來編故事。作者一開始，從吃角子老虎(角子機)開始談起，緊接著，介紹卡丹諾(**Girolamo Cardano**)出場。再接著，則是十七世紀標誌著機率論誕生的「點數問題」(**problem of points**)。原來這是一位賭徒向巴斯卡請教的一個賭局中斷如何分配賭金的問題，經過巴斯卡與費馬兩人的通信，最後，他們各自提出了圓滿的解法，以及相同的正確答案。本章最後的主題是隨機，作者指出：「**由於我們的頭腦不擅長瞭解隨機，機率論是數學中充斥最多悖論和驚奇的領域。我們直覺認為模式出現必有其因即使知道並非如此。對於角子機的玩家認為機器在連敗之後釋出大獎的機會很大，我們很容易嗤之以鼻，但是賭徒的謬誤心理在非賭徒身上也看得到。**」於是，他討論科普書籍十分喜愛的生日悖論(**birthday paradox**)，比如過去十屆（足球)世界杯的決賽球隊中，有七屆至少有兩個球員生日在同一天！或比如「**隨便找 23 個人，其中有兩個人生日在同一天的機會要比兩人生日都不在同一天的機會更大**」。這種以大數法則為論述基礎的「隨機漫步」或「醉漢走路」，也幫助我們澄清了我們直覺上的「期望」謬誤。

第十章主題為統計學。作者從經驗數據(譬如法國麵包的重量)的收集切入，進一步指出：在十六、十七世紀時，「**收集數據成了流行的業餘活動，而這並不是一時的風尚，這股狂熱標誌著現代科學的開端**」。不過，統計學成為一門學問，卻遲至十九世紀。作者先從高斯發現的鍾形曲線談起，藉以呼應數據收集的誤差現象。接著，就轉向讓 **statistics** 成為現代用法的奎特雷（**Adolph Quetelet**)，這位比利時學者在 **1853** 年舉辦了第一次的統計國際會議。再其次，作者將達爾文（**Charles Darwin**）的表兄弟高爾頓（**Francis Galton**）帶出場。不同於奎特雷對鐘形與平均的著迷，高爾頓強調優生學。這種偏執的主張，為種族主義者提供了可怕的彈藥，一直到 **1994** 年，還有人著書強調「**不同種族間的智力差異，是種族差異的證據**」。儘管如此，高爾頓對統計學的貢獻，絕對不僅止於協助他的

被保護者（**protégé**）**Karl Pearson** 在大學（**University of College London**）創辦了第一所統計系，而是他的迴歸與相關（**regression and correlation**）等概念，讓統計分析成為今日科學（自然與社會都包括在內）研究的利器。可惜，高爾頓的貢獻及其應用，譬如說解讀美國《運動畫報》（***Sports Illustrated***）的詛咒等等，都被中譯版略掉了。

第十一章（也是最後一章）的主題是非歐幾何學，但是，由於這種幾何違背吾人直觀，作者也運用了本章另一半的篇幅來介紹康托（**Georg Cantor**）的集合論。或許，這是作者為了呼應第０章所作的安排：

> **ℵ也是結束我們旅程的好地方。我在開始的章節這麼說：數學因人類意圖找出所在環境的意義的渴望而出現。由在木頭上刻痕或數指頭，我們的祖先發明了數。數對於農耕與交易都有助益，因此引導我們進入「文明」。當數學發展之後，這個課題不再只有實際的東西，更多的是抽象化的東西。希臘人引入了點與線，印度人發明了 0，打開了更激進的抽象化大門，例如負數。這些概念一開始時或許違反直觀，但很快就為人們所吸收，我們現在都在使用。然而到了十九世紀末，連接數學和我們經驗的臍帶從此斷裂。經過了黎曼和康托，數學失去了任何與世界直觀評價的聯繫。**

上述這些反思固然有其史識，不過，作者還是為我們布置了更有洞察力的結語：

> **康托引導我們到達想像之外的世界。這是個相當美妙的地方，有趣的是和我一開始所提到的亞馬遜部落的情形剛好相反。孟杜魯庫人有許多東西，卻沒有足夠的數來數；康托提供我們很多很多的數，我們卻沒有足夠的東西需要數。**

三、評論

作者在本書每一章開端，都會提供非常有趣的例子，以吸引讀者的閱讀興趣。在第一章，作者就以中世紀英國林肯郡牧羊人數羊時所編的行話為例，說明計數文化的趣味與意義。第二章的主題是畢氏定理及其相關幾何知識，由於涉及畢氏學派，因此，作者就以命數論（**numerology**）作為引子。第三章主題是印度人發明了 ***0***，因此，作者就以佛經為大數造字為開場白。第四章主題雖然是π的故事，但是，由於背誦圓周率的小數位一直都受人矚目，所以，作者在本章一開始，就以心算天才的故事切入主題。第五章主題是代數學，作者的開胃菜正是魔術數字 **1089**。這個魔術數字非常可以吸引一般讀者。我曾在台大數學通識課堂（學生主要來自文法學院）介紹此一數字，結果引起相當大的「騷動」，有兩位學生上台分享他們的證明，結果也十分令人滿意！

本書第六章主題是休閒或娛樂數學，作者就從日本一家數字益智遊戲雜誌的創辦人鍛治真起談起。第七章主題是數列，不過，作者的破題卻是一位在網路上編輯《網路整數數列大全》（***Online Encyclopedia of Integer Sequences***）的怪人。第八章主題是黃金比（**golden ratio**）與斐波那契數列，作者一開始介紹的是一位黃金比的超級粉絲。第九章主題是機率，作者以吃角子老虎的賭金利潤為引子，然後引進第一個嗜賭成性的十六世紀義大利數學家卡丹諾。第十章主題是統計，作者利用電子秤來收集法國麵包重量的統計數據。在第十一章（也是最後一章）一開始，作者介紹編織雙曲平面（**hyperbolic plane**）的數學家泰米納（**Daina Taimina**）出場，她是拉脫維亞裔的數學家，我曾在 **HPM** 研討會與她見過面。

本書體例可以歸類為最能呼應普及傳統的典型書寫 － 趣味數學，不過，作者每能在適當脈絡切入歷史（數學史）或人類學考察（譬如針對民族數學），又能輔以全世界「走透透」的奇人異士訪談（多虧了他的《衛報》記者身份），因此，本書文體雖然完全符合「科技新聞主義」（**scientific journalism**）之活潑生動風格，但就數學或數學史的內容來說，本書卻言之有物，內容十分紮實，而不像有些類似的作品（作者背景也類似），往往花巧招搖，文勝於質。

最後，就書名來討論。本書中譯版顯然是依照英國版來翻譯。相形之下，我們實在無從理解何以美國版命名為 **"Here is Looking at Euclid!"**，因為歐幾里得固然在數論方面（譬如《幾何原本》第 **VII-IX** 冊內容）也貢獻卓著，然而，他的主要成就在幾何學 － 那是本書第二、四和十一章的部分主題，不過，作者念茲在茲的，仍然是他的「數字奇航」（**Adventure in Numerland**）！無論如何，這種奇航的目的地，顯然是追尋數字中的模式（**pattern**），而這當然當然呼應了何謂數學的新說法：數學是一種研究模式的科學！

本中譯本顯然基於成本考量，未附原書彩色插頁，相當可惜。不過，有時原出版社針對這些授權獅子大開口，也是國內書商無法負荷的原因。儘管如此，有一些非彩色插圖非常值得納入，譬如印度阿拉伯數碼的演進圖（原書 **p. 122**），以及 **Gregorius Reisch** 的 ***Margarita Phiosophica* (1503)** 中的木刻版圖（原書 **p. 125**）。後者將印度阿拉伯數碼及其演算（**algorithm**）與羅馬算盤運算並列比賽，見證了前者在斐波納契在 **1202** 年引進後的在三百年之間征服了歐洲。

此外，本中譯版也有許多片段（含原書各章參考文獻與索引）未譯，究其原因，應該是作者「博雅心切」，在許多文脈中，「超限」連結了相關題材與話題，讓一般讀者讀來不免負荷過重。這或許是中譯版編輯刪除這些篇幅的主要考量吧。茲僅就筆者所見列舉一二（原書頁碼以 **pp. xx** 表示，中譯版頁碼則以頁 **xx** 表示）如下，聊供讀者與編輯參考：

・原書 **pp. 99-102** 有關鑲嵌與圖案設計之說明，未見於中譯本。如此一來，有關伊斯蘭宗教藝術的現代意義，就無從凸顯，更何況其中更是包含了大師級數學家如彭羅斯（**Roger Penrose**）的貢獻，真是令人遺憾！

・原書 **p. 101** 有關芳賀的摺紙術，中譯本也略掉了上半頁文字及圖形，讓我們無從進一步欣賞他的摺紙數學。

・頁 **133** 第二段中譯不全！原文提及英國十七世紀哲學家霍布士（**thomas Hobbes**）也有狂熱的化圓為方之舉，在高齡六十七歲時，霍布士出版他的解答，結果惹來著名劍橋數學家華里斯（**John Wallis**）的駁斥，霍布士當然不服，兩人唇槍舌戰了將近四分之一世紀，直到霍布士逝世戰火方休。至於華里斯何以如此熱衷論戰，尤其對手是一位業餘的數學愛好者？原因就在於他與後來的牛頓一樣，都對霍布士的機械唯物論（**mechanistic materialism**）極端反感 － 這是英國十七世紀科學 **vs.**宗教最負盛名的公案，因此，他們利用數學作為攻擊場域，顯然是一個優雅的選擇。

・頁 **140**：中譯本略掉原書有關丟番圖（**Diophantus**）墓碑上的一次方程式問題，用以說明他的 **84** 年高壽。

・頁 **150**：原書有一小段利用比喻說明方程式等號之意義：**“The equal sign is like a picket fence separating the gardens of two very competitive families. Whatever the Joneses do to their garden, the Smiths next door will do exactly the same.”**，中譯本不知為何略掉，實在可惜！

・頁 **189**：中譯本略掉了原書 **pp. 231-235** 的九段文字，其中還包括阿基米德的胃痛（**stomachion**）問題 － 難以著手求解到令人感覺胃痛！這個在 **2003** 年才被發現的組合問題未被譯出，令人遺憾！

・頁 **202**：本頁第三段略掉原書 **pp. 249-250** 有關魔術方塊發明人魯比克（**Erno Rubik**）及其徒弟 **Erdely** 的故事。

・頁 **296**：本頁略掉原書 **pp. 357-359** 兩段原文。其中，有幾幅圖可以說明高爾頓如何地著迷於他所敲定的「數目形式」（**number form**）。

・頁 **303**：本頁略掉原書 **pp. 366-368** 有關巴斯卡三角形與斐波納契數列的連結之原文。

・頁 **309**：本頁略掉原書 **pp. 375-381** 原文。其中，正如前述，作者說明高爾頓

對統計學的貢獻。

勘誤表

頁 **72**：婆神迦羅（**Bhaskara**）的姓氏應加上 **II**，以便與前一位同名的數學家區別。另外，他的著作比較習慣被中譯成為《麗羅沃蒂》（***Lilivati***），此一書名也是婆神迦羅的女兒。

又同頁：有關《畢氏定理》（***Pythagorean Proposition***）一書的作者之英文名字應為 **Elisha Scott Loomis**，中譯版漏掉了他的姓 **Loomis**，也顛倒了他的性別，他是一位男性數學家。

頁 **101**、**116:** 費波納契（**Fibonacci**）的《算盤全書》（***Liber abbaci***）之譯欠當，本書完全不論計算器，目前學界比較習慣的中譯為《計算書》。又，此處之譯也與後文並不一致。在本書第八章，前述的費波納契的《算盤全書》則譯為斐波那契的《算術書》，至於頁 **175** 則譯為《算盤書》。

頁 **126**：根據中國正史《隋書・律曆志》，吾人無法得知祖沖之如何算出π的準確近似值 **3.1415926**（此一精密逼近確是祖沖之的不朽成就），只能推測說：如果他模仿劉徽的割圓方法，那麼，他們至少必須割到圓內接 **12,288** 邊形。

頁 **132**：圓面積證明圖示中的長方形邊長誤為 $\boldsymbol{2\pi r}$（原書有誤：見 **p. 158**），實際應為$\boldsymbol{\pi r}$才正確。此處譯文未訂正。

又，本頁中的 **Leibniz** 誤植為萊比錫，事實上，**Leibniz** 正是鼎鼎大名的萊布尼茲，微積分的共同發明者。他有關π的無窮級數展開式，是目前僅知的第一個，在追求π的近似值上，貢獻良多。

頁 **150**：等式（**equation**）亦可翻譯成方程式。$A-B=C$ 應該改正為 $A=B-C$ 才是。

頁 **268-281** 之間的所有「生日詭論」（**birthday paradox**）宜改為「生日悖論」較妥，因為作者所說的，「**這個結果（按：指 23 個數）一點也沒有甚麼矛盾之處，但卻違背了我們一般的感覺**」。

頁 **284**：「10^{130}」應改正為「10^{130}分之一」才是。