

# 佩雷爾曼與龐加萊猜想：二十一世紀初的不朽數學成就

洪萬生

台灣師範大學數學系退休教授

書名：消失的天才 (Perfect Rigor: A Genius and the Mathematical Breakthrough of the Century)

作者：瑪莎·葛森 (Masha Gessen)

譯者：陳雅雲

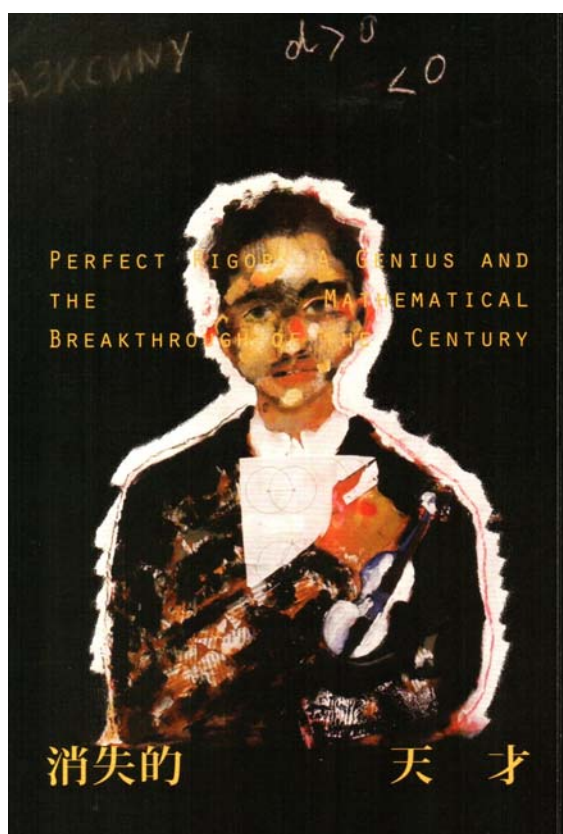
審訂：洪萬生

出版社：臉譜出版社，台北市

出版資料：239 頁，平裝

出版年：2012 年

關鍵詞：佩雷爾曼、龐加萊猜想、拓樸學、百萬美金難題、數學奧林匹亞



公元 2000 年，克雷研究所 (Clay Mathematics Institute) 在波斯頓舉辦的數學千禧年會議，擬定了七大百萬美金難題，作為二十一世紀數學的發展願景。顯然，這意在追隨希爾伯特 (David Hilbert, 1862-1943) 於 1900 年之壯舉，當年在巴黎舉行的國際數學家會議上，這位德國偉大數學家為二十世紀數學，規劃了 23 道值得解決的難題，亦即後來所謂的「希爾伯特 23 問題」。現在，針對這七個世紀大難題，正如證明費馬最後定理的懷爾斯 (Andrew Wiles) 指出：「我

們不知道它們會在何時解決：有可能要等五年，或者可能一百年。但我們相信解決這些難題，可以為數學發現與景象開創全新的局面。」想不到言猶在耳，其中的「龐加萊猜想」(Poincare Conjecture) 在 2002 年就獲得解決。至於貢獻這個證明的「最後一哩路」之天才，正是俄羅斯數學家格里高利·佩雷爾曼 (Grigory Perelman)。

所謂「龐加萊猜想」，是由法國偉大數學家亨利·龐加萊 (Henri Poincare, 1854-1912) — 他與希爾伯特並稱為二十世紀數學雙雄 — 在 1904 年所提出。他的原始版本是三維的情形：

如果一個三維流形 (3-dimensional manifold) 是平滑且為單連通，那麼，它與三維球  $S^3$  微分同胚 (diffeomorphic)。

為了解決這個猜想，多位數學家在 1960 年代依序證明七維、五維、六維與更高維的情形。接著，證明的進展就完全停頓了下來，直到 1982 年，年僅 32 歲的美國數學家傅利曼 (Michael Freedman) 證明了四維的情形，而榮獲費爾茲獎。然而，所有這些證明與進路碰上三維本尊，全都束手無策。不過，卻也正是在此時，威廉·瑟斯頓 (William Thurston) 針對三維流形，提出他的可能切割方式，亦即後來所謂的「幾何化猜想」(geometric conjecture)。然後，理查·漢米爾頓 (Richard Hamilton) 並緊接著據以擬定他的研究綱領 (research programme)。可惜，漢米爾頓與他的團隊功敗垂成，最後利用他的工具與進路攻頂的，正是可畏的後生小輩佩雷爾曼。

佩雷爾曼將他的證明發表在數學網站上，而非一般數學家所習慣發表的期刊。儘管如此，2006 年在馬德里召開的國際數學家會議，還是頒給他數學界的最高榮譽費爾茲獎 (Fields Medal) — 這被視為數學界的諾貝爾獎，其獲獎條件甚至比諾貝爾獎還嚴苛，沒想到他竟然拒絕領獎。這種將自我從整個數學社群放逐的作風，甚至也波及克雷研究所所頒贈的百萬美金獎。

這究竟是怎麼回事？數學界一直眾說紛紜，始終無從理解他的內心世界。現在，有了瑪莎·葛森 (Masha Gessen) 所寫的這一本佩雷爾曼傳記，我們多少可以想像在佩雷爾曼那柏拉圖式理想 (Platonic ideal) 的數學經驗遭嫉之後，他如何開始退縮，先是離開數學界，然後又從日常生活世界隱遁。

瑪莎·葛森是俄羅斯猶太人，後來，隨雙親移民美國，目前又回到莫斯科擔任新聞工作。她年輕時也曾參加前蘇聯 (放學後的) 數學俱樂部 — 那是將佩雷爾曼訓練成為一代數學奇才的課程，因此，她有很難得的機緣，可以從佩雷爾曼的師長、同事與朋友，述說一個相當引人但卻令人感傷的天才故事。這本傳記非

常值得推薦，它的精彩敘事絕對超過約翰·納許（John Nash）的傳記 — 《美麗境界》（*A Beautiful Mind*）。

不過，根據作者的訪談，沒有人形容佩雷爾曼才華橫溢，只是說他「非常、非常聰明，思考非常、非常精確」。事實上，儘管他揚名立萬的主題是幾何學的延伸 — 拓樸學（topology），然而，「他的幾何想像力也不曾令同事讚嘆，但他們幾乎都對他在解題時所展現百分百的精確度，感到印象深刻。他的大腦幾乎就像萬能的數學壓縮機能把問題壓縮成本質。無論他的腦是怎麼構成的，最終數學俱樂部的同學暱稱它為『佩雷爾曼槌』（Perelman stick），因為它就像一個巨大的想像工具，他總是靜坐著用它思考，然後揮出致命的一擊。」

另一方面，數學俱樂部的老師魯克辛除了引導學生學習數學之外，也介紹他們進入文學和音樂的領域，並以此為己任，但是，佩雷爾曼卻全神貫注數學。由於他的優異表現，在他十四歲時，佩雷爾曼被送進一所數學菁英學校就讀，那就是位於列寧格勒，鼎鼎大名的 239 號數學物理專業學校。這種學校的建制，可以說是前蘇聯一代數學大師柯莫哥洛夫（Andrey Nikolaevich Kolmogorov, 1903-1987）的珍貴遺產。他認為「一個人想要成為偉大的數學家，必須具有音樂、視覺藝術和詩方面的涵養。」事實上，他始終醉心研究偉大作家普希金（Pushkin）的詩之形式與結構。此外，他還認為強健的體魄也同等重要。他的一位學生在追思錄中指出：「柯莫哥洛夫曾經特別稱在他很會摔角」。

由此觀之，前蘇聯的數學菁英教育，除了訓練超強的數學奧林匹亞的金牌選手之外，也有相當可貴的教育過程，值得有意鼓勵子女走上這一條窄路的家長參考借鑑。其實，要不是數學奧林匹亞競賽，以佩雷爾曼的猶太人身份，根本被排除在前蘇聯菁英教育體制之外。當然，要是讀者想要瞭解前蘇聯數學社群的社會文化面向，那麼，作者在本書第一章〈逃入想像的世界〉就提供了一個不可或缺的觀察。譬如說吧，作者以她極為敏銳的眼光，看到她熟悉的蘇共體制下的俄羅斯數學：

俄羅斯孕育出二十世紀一些最偉大的數學家，這件事本身就是一個奇蹟。數學跟前蘇聯時代的做法形成顯著的對比。數學提倡論證，研究胚騰，俄羅斯卻控制人民，迫使他們不斷接受變化、無法預測的現實；數學重視邏輯與一致性，當時的文化卻以華麗虛飾的語言和恐懼為成長的養分；數學要求高度專業的之事才能理解，所以對門外漢來說，數學就像密碼一樣難以解讀；更糟的是，數學主張單一、可知的真理，當時政體的合法性卻是建立在單方認定的真理上。

不過，儘管這種數學文化 vs. 政治文化的強烈對比，「俄羅斯的數學之所以能逃

過法令規章的摧殘，主要顛個幾乎毫無關聯的因素。第一，俄羅斯的數學原本可能受創最重，它卻剛好特別堅強。第二，數學太過艱澀，蘇聯領導人偏好的手法無從干涉。第三，它剛好證明在關鍵的時刻對蘇聯有用。」

因此，本書不僅是佩雷爾曼的傳記，同時，也是數學社會學（sociology of mathematics）的一種書寫，任何人想要瞭解前蘇聯如何有能力在數學研究上與美國爭霸，更是不可或缺的參考讀物。讀者若能與論述主要關乎歐美世界的《數學恩仇錄》（*Great Feuds in Mathematics: Ten of the Liveliest Disputes Ever*）併而觀之，一定可以得到意想不到的收穫。

最後，有關本書之敘事手法，作者的告白值得引述如下：

我撰寫本書的方式跟一般傳記的做法不同。我沒有深入訪談佩雷爾曼。事實上，我完全沒有與他交談過。等我開始撰寫本書時，他已經跟所有記者和大多數人斷絕聯繫。這使我的工作變得更加困難，因為我得想像一個未曾謀面的人，但這也讓這項工作變得更加有趣：就像進行一場研究。幸運的是，大多數曾經與佩雷爾曼親近且熟知「龐加萊猜想」故事的人，願意接受訪談。事實上，有時我覺得這比描繪一個合作的故事主人翁還容易，因為我想寫的並不是佩雷爾曼本人敘述的故事及他對自己的看法 — 而是想找出真相。

旨哉斯言！瑪莎·葛森真是太謙虛了，其實，數學史家撰寫數學家傳記不也是如此嗎？本書所以十足有趣，正是因為作者在「龐加萊猜想」的求解脈絡中，說明佩雷爾曼的數學經驗（mathematical experience），乃至於他與前蘇聯、國際數學社群的互動關係，如何地具有歷史意義。