

推薦蔡聰明教授的《從算術到代數之路》

洪萬生

台灣師範大學數學系退休教授

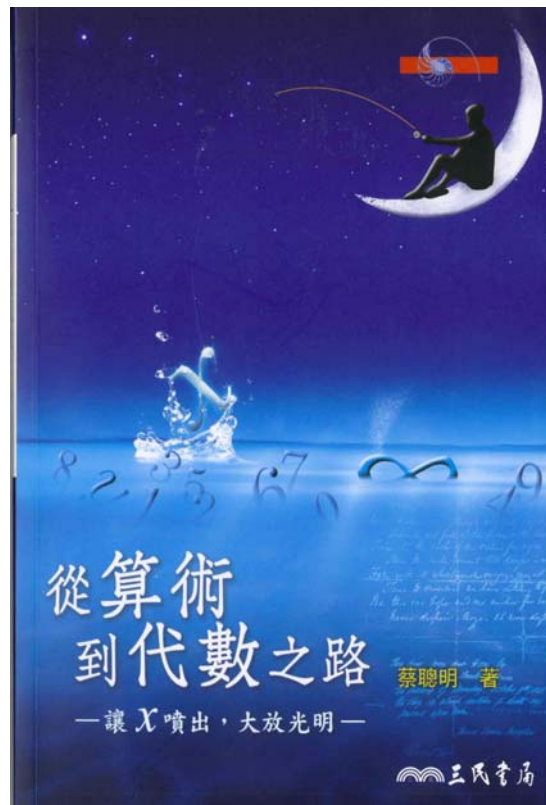
作者：蔡聰明

書名：從算術到代數之路 — 讓 x 噴出，大放光明

出版社：三民書局，台北市，

出版資料：362 頁，平裝本，定價 300 元，2011 年出版

ISBN 978-957-14-5546-4



這是蔡聰明教授為小學六年級到國中學生撰寫的一本初階的代數，作者「很用心地呈現，從算術的四則應用問題，如何脫胎換骨成為代數學的過程，並且講述一點兒方程式論。」因此，作者「也注重代數學的歷史發展過程以及人文的背景。」

本書共有十八章，目次如下：

- 第0章 正逆兩類算術的問題
- 第1章 神奇奧妙的 x
- 第2章 代數的謎題

- 第3章 有理數系與運算律
- 第4章 姑媽的秘密
- 第5章 還原之大法
- 第6章 運動現象的問題
- 第7章 雞兔同籠問題
- 第8章 一次方程式
- 第9章 實數系與運算律
- 第10章 畢達哥拉斯定理
- 第11章 一元二次方程式
- 第12章 座標系：數與形本是一家
- 第13章 二次函數的極值
- 第14章 三次與四次方程式
- 第15章 我如何成為一位數學家？
- 第16章 代數學基本定理
- 第17章 一個統合的觀點

顯然，由於本書也討論了三、四次方程式之根式解這些以前歸屬於高中代數、而目前又排除在中學課程之外的代數學，因此，本書最後四章對於小六到國三的一般學生而言，內容稍嫌困難一些，不過，若能因此激起知識獵奇的熱情，也未嘗不是一件意想不到的美事。

另一方面，由於本書正如作者的其他數學普及著述一樣，都採取了「發生式進路」(genetic approach)，因此，作者盡可能地引進歷史脈絡，以探索數學知識知本原或本質，對於讀者的學習應該即有幫助才是。譬如說吧，在本書頁 94-96 中，作者運用了一個例子：

假設 $a, b \geq 0$ ，則 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ ，並且等號成立的充要條件為 $a = b$ 。

來「展示分析與綜合的意思與使用法」。為此，他依據答案之需求，進行「倒行」或「逆溯」之分析，直到發現本題只需證明 $(a-b)^2 \geq 0$ 即可。最後，再將分析過程一一倒轉回去，即可得證。

至於何以代數學與「解析 (analysis) 與綜合 (synthesis)」— 這是古希臘數學家 Pappus 針對數學論證方法的一種對比 — 有關呢，則可追溯到發明符號法則的法國數學家韋達 (F. Vieta)，因為他「認為代數方法是分析法 (或解析法) 的產物。採用代數方法來解題，就是直接由目標 (ending) 切入，想像答案就是 x ，然後根據它的特性，展開獵捕的行動：用方程式把 x 捕捉住，再解開方程式，得到答案。這是一種『倒行逆施』的分析法。」當然，我們也不要忘了，韋達那一符號代數部經典作品就稱做《解析術入門》(Introduction to Analytic Art)，而

解析這個形容詞，最後就為解析幾何（**analytic geometry**）這個主題所專用。

不過，本書內容當然不僅止於此，作者針對算術 vs. 代數之對比，對於中學數學教師（尤其是國中數學教師）非常具有啟發性，非常值得深入研讀並從中獲益。