

數學大騷動 — 腳踏車與數學（教師版）

◎ 設計說明

綜合舉辦 *PIRLS* 和 *PISA* 兩個教育評比的國際組織對閱讀素養的定義，閱讀教學活動應該：

- 培養學生理解、運用和反思書寫語言的能力；
- 能從各式各樣的文章中（包括連貫的文本和不連貫的文本）建構出意義；
- 能從閱讀中學習；
- 能參與學校及生活中閱讀社群的活動，發展個人潛能，並能積極參與社區活動；
- 最後，能從閱讀獲得樂趣。

因此，本次測驗所設計工具，即企圖評量學生能力如下列：專注提取、理解監控、歸納推論、詮釋整合、組織聯想、分析綜合等。我們希望他們閱讀時，

- 能專注地提取特定觀點，詮釋文意；
- 能自然地意識到自己是否理解文本內容，並能主動採取一些補救策略；
- 在回答問題時，能運用聯想力作歸納推論，找出概念間的關係；
- 在作文章摘要、勾勒重點時，能統整文本脈絡和同化自我的新舊知識經驗，並能預測下一段文章的內容。
- 能檢驗或評估文本的特性與風格；能透過擬題與解題過程中，深化對文本的理解，並與同儕間作互動學習，經歷社會化情境，最後還能從閱讀中找到樂趣。

◎ 閱讀測驗參考解答

1. 為何說腳踏車的車體以三角形為結構，最不容易被騎乘者的體重壓垮？請再列舉生活中類似原裡的設計案例兩個，並加以說明。（專注、理解監控、應用、聯想）

答：（1）三角形是平面圖形中唯一的穩定結構。因為三邊長一旦圍成三

角形後，三角形的大小和形狀便不再改變，並且以固定長度的三邊所形成的三角形，都會全等。

(2) 青椒內部有向內隆起的中肋，形成三角形來支撐薄壁，以致青椒具有渾圓的外型。橋樑的骨架、屋頂下的橫樑等。

2. 為何腳踏車的車體其三角框架有的高而窄、有的卻短而寬，其中的奧妙在哪裡？（專注、理解監控、聯想、歸納推論）

答：這是依據腳踏車的不同用途而設計的。一般越野腳踏車為了能爬坡、越溪，以及在顛簸的路面上行駛，必須降低框架，因此通常設計得短而寬。至於一般道路專用的腳踏車，考慮需要長時間騎乘，長希望能輕鬆地踩踏板，因此車體框架必須設計得高而窄。

3. 下列哪一種車型最適合作為旋轉、扭轉或跳躍等特技使用？（理解監控）

①



②



③



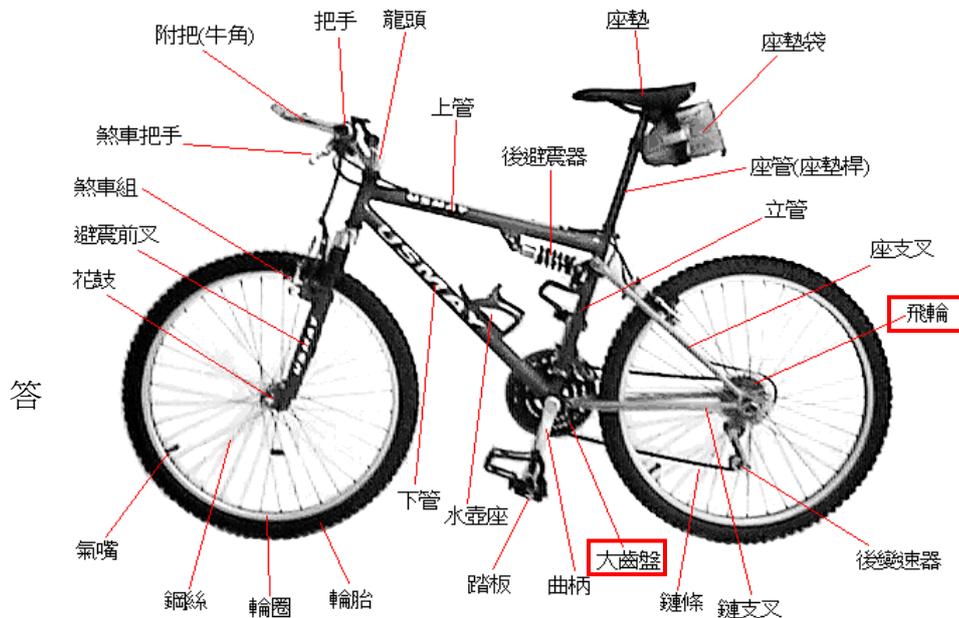
④



答：②，因為它的三角形框架最貼近地面，最適合這些極限運動使用。

4. 一般人購買腳踏車會問的第一個問題是，想知道該車為幾段變速？段數越高的車通常越貴，也更能適應不同的坡度及路況。而幾段變數指的是，大盤的片數與飛輪片的組合個數，參考下圖構造說明。例如有一種 MTB（Mountain Bike，簡寫 MTB）登山車前面有大盤 3 片，後飛輪則有 9 片，

請問這樣的組合最高可達幾段變速？①9 段②12 段③27 段④39 段。（專注、理解監控、應用）



5. 承上題，以熱門的 SHIMANO 08 年 XT 變速系統來說，其中 27 段變速車搭配的是大盤 44-32-22，飛輪是 11~34（11 13 15 17 20 23 26 30 34），如下表（一）車輪比的數據所示。請問這樣的組合方式，實際上最多可能產生幾段的變速？ ①12 段②20 段③24 段④27 段。（專注、理解監控、歸納推論、分析綜合）

表（一） 27 速登山車齒比變化表

大盤 \ 飛輪	44	32	22
11	4.00	2.91	2.00
13	3.38	2.46	1.69
15	2.93	2.13	1.47

17	2.59	1.88	1.29
20	2.20	1.60	1.10
23	1.91	1.39	0.96
26	1.69	1.23	0.85
30	1.47	1.07	0.73
34	1.29	0.94	0.65

答：③，因為將相同的齒輪比以不同的顏色標示，推算一下，其實 27 段變速登山車頂多只有 24 段變速可以使用。如果將齒輪比很接近的也考慮進去，例如大盤 22T 與飛輪 20T 齒輪比是 1.10 和大盤 32T 與飛輪 30T 齒輪比是 1.07，只有 1.10 與 1.07 的細微差別，把這樣都算下去的話，27 段變速車，可能連 20 段變速都沒了。因此選②的學生，只要能說明合理都應該給予計分。

6. 承上題，影響車子性能的主要憑藉是馬力和扭力，以該系統而言，當你（妳）要騎到最快時，踩踏的力量就要最大，亦即應該使用大馬力、低扭力以維持單車高速前進，因此你（妳）的最佳選擇是哪一種大盤-飛輪比？請說明理由。（理解監控、分析、歸納推論）

答：當大盤是 44T，飛輪是 11T 的時。根據齒輪比的公式：齒輪比 = $44 \div 11 = 4$ ，這個齒輪比等於 4 的意思所指的是，當你踩大盤轉 1 圈時，輪子會轉 4 圈。這時速度最快，但相對地騎乘時踩踏的力量也要最大。

7. 反之，如果要騎上坡時，需要的則是大扭力，此時踩踏的力量都將轉成扭力以供爬坡之用，此時你（妳）的最佳選擇又該是哪一種大盤-飛輪比？

請說明理由。(理解監控、分析、歸納推論)

答：此時需要最小齒輪比，以大盤最小齒片搭配飛輪最大齒，所以選擇大盤 22T 與飛輪 34T 的齒輪比。其齒輪比 065，表示車手踩一圈時，輪子轉 0.65 圈，所以騎乘時踩踏的力量都轉成扭力來供爬坡了，但比較輕鬆不費力。

8. 承上第(6)題，該車輪子轉一圈前進的距離是固定的，假定其輪框直徑為 26 吋(1 吋約 2.54 公分，故約 66cm 左右)，而圓周長 = 直徑 \times 3.14，請問當大盤踩一圈，該車將前進約_____公尺。(理解監控、應用、分析)

答：圓周長 = 直徑 \times 3.14 = 66cm \times 3.14 \approx 207cm，輪子轉一圈單車前進 2.07m，因為齒輪比為 4，所以大盤踩一圈時，單車前進約 8 m。

9. 各種車輛的輪子形狀為何多數是圓形的？請說明理由。(理解監控、分析綜合、聯想)

答：圓有一個重要性質，就是圓周上任何一點到圓心的距離等長，這個相等的距離，叫做半徑。如果把車輪做成圓形，車軸安在圓心上，當車輪在地面滾動的時候，車軸離開地面的距離，總是會等於車輪的半徑長。因此安裝在車軸上的車廂，車廂裏坐的人，都將平穩地被車子載著走。另一方面，就物理學角度分析，當一樣東西在地上滾動的時候，要比在地面上拖著走省力多了，這是因為滾動摩擦阻力比滑動摩擦阻力小的緣故。

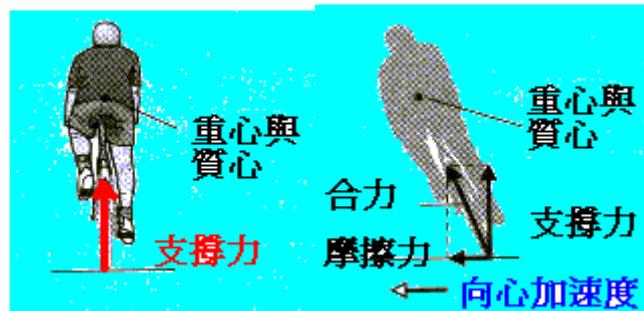
10. 〈打賭你沒聽過〉框框中史坦·瓦根數學教授所騎乘的腳踏車，其輪子是方形的，他在「倒懸拱形路」上行駛的意義為何？假定教授是在平坦的路面上騎乘，你(妳)認為會呈現怎樣的景況？請你(妳)畫圖加以說明。(理解監控、歸納推論、組織、整合、聯想、)

答：「倒懸拱形路」是爲了搭配方形輪子而設計的，這樣可以讓輪心與路面任一點的切線維持等距離的關係，瓦根教授就可以平穩的騎乘腳踏車。假定這方形輪腳踏車，騎在平坦的路面上，因爲從輪緣到輪心的距離並不相等，那麼這種車子走起來會高低顛簸震盪，也一定會把教授震得頭昏眼花，五臟六腑承受不了。

11. 猜想一下，爲何腳踏車是兩輪的，而不做成三輪的？請寫下猜想的理由。
(理解監控、分析綜合、歸納推論)

答：三個腳的桌子，在凹凸不平的地面上，只要重心不超出三個腳構成三角形的底面積，就會是處於平衡狀態。小孩子騎三輪腳踏車直線行進時很安穩，但是如果從斜坡上滑下（較快速），且方向稍有偏轉時，就會很危險。這是由於物體本身的慣性，當車體轉彎時，慣性仍想依照原來的方向行進，此時若重心過高，車速過快或是轉彎太急，即使摩擦力足夠提供轉彎時所需的向心力，但是同時對質心所產生的力矩，會使的車體旋轉（翻倒），是很危險的。腳踏車在靜止時，是完全不穩定的（需要另一隻腳來支撐）。但是行進轉彎時，可以藉由人與車體的傾斜產生反方向的力矩來減少，由摩擦力所產生向外翻倒的力矩，自然就比較穩定。或是從輪子的接觸點來看，當身體與車體傾斜的方向，正好在摩擦力與正向力合力的同一方向時，則沒有任何力矩。如下圖：





但是三輪的車子則無法如此偏轉，因此在高速時反而變成不穩定。雖然雙輪腳踏車在靜止時並不穩定，但是在行進中的腳踏車，由於輪胎所具有的角動量，對於車體有一定的平衡作用。因此雙手不扶著車把，在一定速度以上，車子一樣可以維持前進不倒下。（參引書 1）

參考文獻

趴趴牛趴趴照：<http://guan16.blogspot.com/>

柯拉·李、吉利安·奧瑞立著（俞璿譯）(2008).《數學大騷動 — 在意想不到的地方發現數學》，臺北：究竟出版社。

黃福坤 (2008).〈腳踏車的物理〉，

刊<http://www.phy.ntnu.edu.tw/demolab/everydayPhysics/bicycle.html>.