

心算應該怎麼學？評《數學速算魔法》

洪萬生

台灣師範大學數學系退休教授

書名：數學速算魔法 (Secrets of Mental Math: the mathematician's guide to lightning calculations and amazing math tricks)

作者：亞瑟·班傑明 (Arthur Benjamin)、麥克·薛莫 (Michael Shermmer)

譯者：李旭大

出版社：稻田出版有限公司，新北市

出版資料：303 頁，平裝

出版年：2011 年

ISBN: 978-986-6749-3

關鍵詞：美國科普、心算、數學魔術



一、前言

1998 年，當時的英國教育部長拜耳斯 (Stephen Byers) 在廣播節目現場回答 $7 \times 8 = 54$ 時，曾經引起了軒然大波。為此，計算機在教育過程（尤其是小學教育階段）之使用，立刻成了眾矢之的。於是，如何不用計算機，幫助一般人從發現數字模式如何運作中激發創造力，就成為歐美許多數學普及書寫的關懷所在。其中，有些作者所建議的方法，就是老祖宗的「捏指一算」。而這當然與心算 (mental calculation) 息息相關！

不過，我們必須首先注意：心算能力絕對不等同於數學能力，這個說法是數

學家社群的共識，幾乎是不證自明（self-evident）。儘管有些數學家（譬如高斯）的心算能力超強，非一般人所能望其向背，不過，擁有抽象思維能力才能成為數學家，則是不爭的事實。這是因為吾人一旦離開初等數學（elementary mathematics）的層次，幾乎所有遭遇到的數學概念都是抽象的，無法針對這些數學物件進行心智的思維活動，當然就不具備數學能力或素養了。

因此，我對一般的心算書籍始終不假顏色，究其原因，無非就是它們對於心算通常只知皮相，而無法深入其所以然之故。不過，現在由亞瑟·班傑明領銜所撰寫的這一本《數學速算魔法》，顯然就不一樣了。由於他是一位受過專業訓練的數學家（任教於美國加州 Harvey Mudd College 數學系），而且擅長魔術表演，所以，我對他如何在本書中利用快速心算，說明魔法數學的秘密，就充滿了期待。一旦讀者掌握了這些秘密，同時也能夠連結到學校曾經學過的基本數學知識，那麼，這些秘密就如同作者所強調的，「是可以使人終身受益無窮的法寶」。

二、內容簡介

本書除了第一作者的〈導言：數學速算魔法的秘密〉、第二作者的〈後記：用科學的語言 — 數學來甄別慌言〉以及本書各章問題的參考答案之外，其餘內容共分成十章，其目錄如下：

- 第 1 章 速算法：簡單又非同尋常的速算法
- 第 2 章 多退少補：由左至右的加減法心算法則
- 第 3 章 分配律：乘法心算的基本原則
- 第 4 章 新穎的乘法運算：間接相乘法
- 第 5 章 除法心算
- 第 6 章 「估算」的技巧
- 第 7 章 黑板數學：神筆妙算
- 第 8 章 難忘的一章：數字的記憶
- 第 9 章 由難變易：高級乘法運算
- 第 10 章 其樂無窮：神奇的數學魔術

在第 1 章中，作者利用計算例子說明各章的重點。第 2 章的加減法強調「由左到右」的心算法則，其實也是中國傳統籌算與珠算的進路。在本章中，作者在人物素描欄介紹偉大數學家高斯，其中特別指出高斯如何掌握速算的模式（pattern）。

在第 3 章中，作者指出：讀者「將學會如何用心算的方法計算一位數與兩位數、三位數相乘；除此之外，你還將學會一種簡便、快速的平方心算方法。」不

過，作者也提醒他們的讀者：「學習本章的技巧，需要有一個小小的前提：你要掌握 1 至 10 的乘法口訣表。事實上，要想快速地進行乘法心算，你就需要對乘法口訣做到倒背如流。一旦掌握了乘法口訣表，你就可以開始學習本章講述的技巧了。」此外，作者也基於變魔術之經驗，告訴我們：「任何一個魔法背後都有一個合理的解釋，數學訣竅也不例外。」而本章的訣竅，就是乘法對加法的分配律。至於人物素描，則介紹美國十九世紀早期快速心算大師澤拉·柯爾本（1804-1939），他後來成為一名傳教士，經常公開表演快速心算，可惜，後來英、美兩國公眾對他的技能逐漸喪失興趣。有關第 4 章內容則仍然與乘法有關，不過，作者介紹了所謂的「間接相乘法」。

第 5 章主題是「除法心算」。作者特別指出此一算法與日常生活經驗的息息相關：「你是否數過，在一週內你遇到過多少次需要將物品平均分配的情況？無論是計算一公斤米需要多少錢，還是計算（美金）20 元錢能買多少公升汽油，這種技能都是很有用的。它不僅會讓你節省時間，而且還會讓你的生活更加舒適方便，因為你不必在每次需要計算的時候，都掏出計算機來進行此類的手工運算。」

第 6 章主題是「估算」的技巧。這一技巧所以重要，乃是譬如你只想知道一個約數或概數，假設你為了購買一棟新房，正在蒐集關於貸方報價方面的資訊，而在這個階段，你真正想要知道的是，每個月大概需要償還多少錢。而這當然可以不管個位數或甚至十位數（此處以美金為例）。在估算的過程中，前此所學過的加、減、乘、除，與平方根等運算方法，都派上用場，同時，「所有的運算採用的都是自左至右的方法」。在人物素描方面，作者除了介紹曾與美國心算大師澤拉·柯爾本一較長短的英國速算工程師喬治·帕克·比德爾之外，還介紹了因決鬥而殞落的數學天才巨星埃瓦里斯特·伽羅瓦（E. Galois, 1811-1832）。不過，介紹後者的目的何在，我倒是無從索解，因為，根據他的傳記我們無法認定伽羅瓦也是一位速算大師，儘管他確定是數學史上罕見的天才。

第 7 章的主題是快速筆算。作者強調「大多數此類的運算都是用於智力測驗，而不是應用於實踐」，因此，他們在本章中，將重點放在平方根的求法和多位數乘法十字交叉的運算上。為了快速檢視答案，作者也引進基於模算術的「模總和」查錯法，譬如所謂的「捨 11 餘數法」。在人物素描方面本章介紹「世界上最聰明的女人」莎昆塔拉·戴維，這位印度女子曾在 1980 年在倫敦計算 7686369774870 與 2465099745799 的乘積，結果在 20 秒內得出正確答案： 18947668177995426773730 。

第 8 章主題是記憶術的使用（譬如輔助記憶的語音系統），特別是如何應用在心算上。在人物素描方面，本章介紹亞歷山大·克雷格、艾特肯（Alexander

Craig Aitken, 1895-1967)。這位神奇的記憶大師，也是愛丁堡大學的數學系教授。

第 9 章主題是作者所謂的「高級乘法運算」。作者指出：「你是不是真的想要發揮自己心算能力的極限，從而使自己成為一個了不起的數學魔術師呢？如果答案是肯定的，本章將幫助你實現這個目標。」在人物素描方面，本章介紹十八世紀美國一位黑奴托馬斯·富勒，他出生於非洲，也是一位速算大師。

第 10 章主要提供「神奇的數學魔法」，這是因為作者發現「同魔術一樣，算術同樣能夠增添人們生活的快樂。」事實上，本章「通靈數學」、「魔術數字 1089」、「缺失數字的秘密」、「神奇的跳蛙加法」、「數字魔方」以及「神奇的總和預知」各節，都與數學魔術有關。至於後半部的「立方根快速計算」與「平方根的快速心算」，由於掌上型計算機的使用，一般數學教科書早已不加聞問。不過，基於知識獵奇的觀點，稍加理解其中源由，其實也是一件趣事。

本書〈後記〉由第二作者麥克·薛莫（《懷疑論者》（*Skeptic*）雜誌創辦人）書寫，主旨在於提供一個「慌言甄別工具包」，建議讀者「在聽到任何斷言時，你要向自己提問 10 個問題，這些問題有助於確定你是否可以接受這些斷言」。

三、評論

對於一般讀者的計算能力來說，本書前五章所提供的加、減、乘、除等心算方法已經綽綽有餘，如有興趣適當練習即可。至於第 9 章的「高級乘法計算」多少有一點表演性質，熟悉與否悉聽尊便。從提升數學能力的觀點來看，我倒是希望讀者千萬不要錯過第 6、7 和 10 這三章。第 6 章介紹「估算」的技巧，作者以超市購物、小費以及稅率估算為例，說明這些技巧如何與我們的日常生活息息相關。其中，作者所介紹的平方根之估算方法，與古巴比倫人的方法完全一致，這是數學史還有現代認知價值的絕佳例證，值得我們深思。第 7 章主題是「神筆妙算」，介紹快速筆算方法，作者也承認這類題目都用於智力訓練，而不是基於實作需求。從數學學習觀點，本章最有趣的單元，是所謂的「模總和查錯法」，這是了解模算術（*modular arithmetic*）概念的重要性之契機，也是初等數論的絕佳題材，值得中學數學教師參考借鏡。基於同樣的考慮，我也期待讀者願意深入研讀第 10 章，它的主題雖然是「魔術數學的藝術」，但是，作者卻充分利用本章的例子，說明「要想知道算術魔術的秘密，就需要知道代數學」。事實上，作者自述學習代數的理由，「卻是要知道一些數學魔術的秘密」，這個現身說法，也印證了數學魔術師林壽福、吳如皓與莊惟棟等人的數學教學關懷。因此，要是老師想要結合心算技巧，跟學生分享一點數學經驗，那麼，本書第 10 章就是最佳切入點。

本書〈後記〉出自第二作者麥克·薛莫，由於他是《懷疑論者》（*Skeptic*）

雜誌創辦人，因此，他非常關心如何確定吾人所聽到或看到的斷言（assertion）如何可以接受。他所提供的「慌言甄別工具包」跟本書內容並不直接相干。所以將這些關懷一起收入本書，應該是訴求讀者的明辨是非之能力或素養，而這一能力當然與數學素養息息相關。

最後，我還要趁此機會澄清一個迷思：許多人認為快速心算的人都是天才。其實，被認為天才的本書作者亞瑟·班傑明也不這麼認為。他自認「也許我天生好奇，幹什麼事情都喜歡打破沙鍋問到底，想知道某件事到底是一個數學問題呢，還是一個魔術遊戲。」同時，根據他多年的教學經驗，他相信數學是一門每一個人都能掌握的素養或能力，同時，正如同學習其它技能一樣，只要利用正確方法努力練習，就可以獲得起碼的成就感。我們相信：對於數學學習缺乏成就感甚至感到厭惡的學生，練習心算一定可以提升他們的學習自信心，但是，數學素養或能力畢竟是關乎計算背後的原理，身為家長或教師的我們，可千萬別忽略本書作者所分享的一些數學經驗才好。

附記：本文增補自我為本書中譯版之推薦序〈心算應該怎麼學？〉