

# 評論《大自然的數學遊戲》

張美玲

台北市景興國中

書名：大自然的數學遊戲（*Nature's Numbers: the unreal reality of mathematical imagination*）

作者：史都華（Ian Stewart）

譯者：葉李華

審定：李國偉

出版者：天下文化出版有限公司

出版年份：1996年6月15日初版

出版資料：平裝共224頁，定價220元

國際書碼：ISBN 957-621-323-1 (英文版 ISBN 0-465-07273-9)

## 一、前言

數學能做什麼？數學跟你我有什麼相干？一根琴弦的振動，怎麼會和電視機扯上關係，然後把整個世界都改變？數學跟大自然又有什麼關連？數學怎麼解釋自然界的萬千形態？比如說，為什麼花朵多是五瓣或八瓣，少有六瓣、七瓣，那跟黃金比例有關嗎？一公里寬的雲朵和一千公里寬的雲朵，看起來為什麼沒什麼分別？馬兒的腳步怎麼錯落？水滴的形狀真的是淚滴狀嗎？為什麼沙丘起伏這麼像波浪？

如果你留心觀察這世界，任何地方總是存在圖案模式之美，與數字模式之奇。但是該怎麼用數學觀念解釋那些模式呢？闡明了那些模式之後，數學又能為我們的世界帶來什麼貢獻？我們周遭世界的許許多多現象，都可以用數學來解釋。如果沒有數學，這世界的文明也不會如此進步。

如果你習於用文學家的眼，或藝術家的眼來欣賞大自然；那麼這本書要建議您，何妨用數學家的眼睛來看世界。透過數學家的眼睛，您看到的不只是更真實的世界，也會看見處處充滿著圖樣模式、數字模式的美麗新世界。

本書的特點在充分利用動力學，特別是非線性動力學的實例，說明模式的無所不在。這些數學的成果雖然是非常晚近的進展，但是像碎形、混沌等等新名詞，都能在極短時間內俘虜了大眾幻想的心。

這本書作者史都華（Ian Stewart）為《科學美國人》雜誌數學專欄作家，科普著作等身，是全球數一數二的通俗數學作家。他說：「數學之於自然界，就有

如福爾摩斯之於線索。」藉由這書，史都華希望「送您一雙數學家的眼睛，並且帶您觀光這個數學宇宙。而在這個過程當中，會盡力改變您對真實世界既有的看法。」並且他要揭櫫一門新數學「形態數學」，那是數學家眼中的美麗新世界。

## 二、內容簡介

本書共有九章，章名與內容大要依序引述如下：

• 開場白：虛擬幻境機。「……我現在就要帶您觀光這個數學宇宙，並且試圖送您一對數學家的眼睛」。「而在這個過程中，我會盡力改變您對真實世界既有的看法。」

• 第一章：大自然的秩序。「數學家是偵察大自然之謎的福爾摩斯，面對著六邊形雪花的線索，……數學家便能推導出冰晶的原子幾何結構……行星是重力法則與運動法則的線索……我們對於自然界的神祕規律有了嶄新的了解之後，這些知識已被運用到各個領域上。」

• 第二章：數學能做什麼？「微積分改變了整個地球的面貌……數學與「真實世界」間最奇特的關係之一，同時也是最強而有力的，就是一種好的數學，不論它出身何處，最後必定會在實際問題中派上用場。」

• 第三章：數學是什麼？「數學研究的不只是數字而已。我們已經遇到過數學體系中的另一個對象，那就是『運算』，例如加、減、乘、除。一般說來，運算是根據兩個對象(有時更多)，得到一個新對象的規則。我也提過第三種數學對象，那就是平方根。如果我們計算某數的平方根，就會得到另一個數。在數學術語中，這種對象稱為「函數」(function)。」

• 第四章：變與不變。「從自然定律到自然行為的路徑並不一定直接而明顯。有一道鴻溝橫亙在我們觀察到的行為與產生這種行為的定律之間，人類心靈唯有藉著數學運算，才能在兩者間搭起橋樑。……即使掌握了所有的定律，也不一定足以了解一個系統的行為；定律與行為間的鴻溝不一定總是找得到橋樑。」

• 第五章：從小提琴到電視機。「電視機這個發明可說改變了整個世界，從來沒有其他發明能與它相提並論。在這個故事中，純數學與應用數學結合在一起，產生出比兩者單獨的成就更有威力、更令人讚嘆的成果。故事開始於十八世紀，起源於小提琴弦振動的問題。……波動方程式也許是有史以來最重要的數學式，就連愛因斯坦著名的質能關係式也比不上。」

• 第六章：因為失稱的緣故。「對稱不但是一種美學概念，也是一種數學概

念，它讓我們將各種不同的、具有規律的數學模式分類，並且能辨別各種模式的異同。失稱則是一個較為動態的觀念，所描述的是模式的改變……池塘中的漣漪是失稱的一個例子。……石子破壞了平面的對稱，也就是說在它擾動池塘之後，水面的許多對稱性都消失了……這個宇宙的失稱機制，竟然同時主宰了宇宙本身、所有的原子，還有我們每一個人。」

• 第七章：嗒嗒的馬蹄聲。「本章主要討論的是步調的分析，這是數理生物學的一支……雖然生物的交互作用在個別動物體內與一群動物之間很不一樣，他們卻擁有一個深層的數學統一性。本章所要討論的一項訊息，就是同一個數學概念能用在許多不同的層次，以及許多不同的事物上。自然界尊重這種統一性。並且還會善加利用。」

• 第八章：骰子扮演上帝嗎？「混沌行為遵循決定性定律，但是它顯得太不規律了，因此在普通人眼中看來十分雜亂。事實上，混沌不只是複雜而且毫無模式可捉摸的行為，它更加微妙的多。它是一種表面上複雜、表面上毫無確切模式的行為，實際上確有一個簡單而決定性的解釋。……換句話說，混沌是經過偽裝的秩序。」

• 第九章：液滴，狐與兔，花瓣。「混沌使我們了解，遵循簡單規則的系統可以表現出驚人的複雜行為……但這個世界也不可能完全混沌一片，否則我們根本無法生存。……介紹三個複雜性產生單純性的例子：液滴的形狀、動物群體的動態行為，以及花瓣數目的奇異數字模式。……它們都藏有一個相同的脈絡，一個更深層的訊息：大自然並不複雜，一點也不；大自然是單純的，是一種獨特而微妙的單純。」

• 結語：開創形態數學。「牛頓想要了解行星運動的時候，世界上根本沒有微積分，因此他創造了這個工具。混沌理論也不是古已有之，而是數學家與科學家對這個問題產生興趣後才出現的。形態數學今天並不存在，但我相信它的一些零組件已經問世，動力系統、混沌、失稱、碎形、格狀自動機，只是我信手拈來的幾個例子。」

### 三、評論

筆者曾經被很多學生問過一個問題：「學習數學要做什麼？日常生活中我只要會加減乘除就夠了，學習函數、方程式……似乎沒有什麼用？」當然，相較於其他學科（例如物理、生物等），數學與生活的連結並不是那麼的明顯，主要的原因，則來自數學本身的抽象性。要如何對學生回答得既簡要又淺顯有趣，有時實在不是太簡單的事情。其實，有很多人並不是很清楚數學知識是如何累積與發展，單純地以為數學不過是一堆計算與符號罷了，或許也常聽到很多人說數學可

以訓練思考推理能力、數學是科學之母，許多科學知識需要數學工具才得以解決……，但是，這樣的印象與理解，只是片段而含糊，一知半解，無法真正深刻的理解數學存在的本質。事實上，數學的發展與人類文明的許多領域有著密不可分的互動關係。

本書《大自然的數學遊戲》是數學家史都華 (Ian Stewart) (亦是知名的科普作家) 精彩的科普著作。作者透過自然界裡的各種物理、化學、與生物現象，深入淺出地交代出在每一個科學的故事裡，某些數學(問題)是如何隨之出現與發展。

由李國偉教授所寫的序〈模式、模式處處皆模式〉中，十分精闢的闡明在本書中作者想要表達的數學本質：「數學是研究模式 (pattern) 的科學。……數學很久以來，被認為是研究「數」與「形」的學問。十七世紀牛頓與萊布尼茲發明微積分，開始有能力掌握變動的量。函數與變換的概念，也因而日漸成長為數學裡重要的結構。……數學的世界充滿了不具實存意義的物件，可是它們之間的規律，又持有比物理世界更絕對的確定性。」

在讀到本書的某一些章節時，乍看之下，好像跟數學沒有很大的關聯，那是因為我們的數學的認知不足所產生的錯覺。其實，數學包含的領域十分廣泛，數學已經遠遠超出研究「數」與「形」的範圍。數學是一門研究模式的科學，當代的數學仍在努力尋找恰當的語言與工具，去表達與發掘更深刻的模式。相信讀完本書後，讀者一定更加肯定數學對於人類歷史與文明發展的貢獻，我們的世界奠立在數學基礎上，數學不可避免地深植於全球文化之中。我們並非總能夠了解數學對我們的生活有多大影響，理由是它被人盡可能藏在幕後。本書的作者就是把那些藏在大自然中不同領域的數學知識挖掘出來，讓讀者能發現並體會數學存在的價值與意義。

在本書中有很多生物、物理、科學相關知識，而不全然探討數學，所以，有許多較深奧的知識理論，閱讀時並不能完全理解。但我認為讀者無須太介意自己的專業知識不足，我們不盡然需要全盤了解本書中所提的各領域相關知識，但讀者不妨用欣賞的眼光與態度明瞭數學與生物、科學之間有莫大的關聯，至於理論及應用部分就留給專家們去研究吧！

### 優秀數學科普作品的指標

評價方式：指標以五顆星☆☆☆☆☆為最高品質。

#### 1.知識的實質內容 (Intellectual substance of knowledge)

(1) 認識論面向 ☆☆☆☆☆

- (2) 方法論面向：☆☆☆
- (3) 歷史或演化面向：☆☆☆☆
- (4) 哲學面向：☆☆☆☆
- (5) 教育改革面向：無
- (6) 與自然科學、人文社會乃至生活經驗的連結：☆☆☆☆☆☆

## 2. 形式或表達 (Form or representation)

- (1) 創新手法：☆☆☆☆☆
- (2) 數學知識的洞察力：☆☆☆☆☆
- (3) 歷史事實的洞察力：☆☆☆☆
- (4) 異文化的啟蒙意義：無
- (5) 忠實可靠的參考文獻：☆☆☆☆
- (6) 敘事的趣味性、可及性與一貫性：☆☆☆☆
- (7) 中譯本的品質 (若需要)：☆☆☆☆

## 3. 內容與形式如何平衡 (Balance in Content vs. Form)

- (1) 青少年層次：☆☆☆☆
- (2) 一般社會大眾：☆☆☆☆

## 4. 摘錄本書最精彩片段 (excerpt from the most exciting passage) :

自然界的模式不僅僅是人們崇拜的對象，更是許多極重要的線索，能夠幫助我們了解主宰自然過程的法則。(p. 9)

數學中最簡單的元素是數字，自然界中最簡單的模式則是數字模式。(p. 12)

數術 (numerology) 是尋找模式最簡單的方法，因此也是最危險的。說它簡單是因為任何人都會，說它危險也是基於相同的理由。它的問題在於難以分辨何者是巧合，何者是真正具有意義的數學模式。(p. 13)

企業家的本能是開發利用自然世界；工程師的本能是改造它；科學家的本能是試圖了解它，探究出其中的道理；而數學家的本能，則是尋找貫穿不同領域的一般性通則，以便將了解的過程結構化。(p. 25)

大約有兩百年的時間，人類對待微積分的態度十分奇妙。物理學家一直利用它來了解大自然，預測新的自然界行爲，並且獲致極大的成功；數學家卻始終擔心它的真正意義，以及如何建立一個最嚴密的體系，使它能成爲一套合理的數學理論；而哲學家卻辯稱這一切都毫無意義。最後所有的問題終於獲得解決，但至今我們仍可看到這三種截然不同的態度。(p. 30)

唯有數學才能揭露自然界的單純性，讓我們得以從簡單的例子推廣到真實世

界的複雜現象。將一個數學洞見轉變成有用的產品，是許多不同領域的許多人共同努力的結果。(p. 100)