

推薦《歷史數學名題賞析》

洪萬生

台灣師範大學數學系退休教授

數學史如何融入數學教學？這是目前國際數學教育學界中的一個熱門議題。所謂的 HPM (history and pedagogy of mathematics) 研究群之設立，就是基於此一目標。為了將數學史融入，以便在課堂上引起學生的學習興趣或幫助學生深入理解數學，歷史上的數學名題是經常被提及的 *know-how* 之一。這是因為教師要想「還原」這些名題時，大都必須考量它們原生的脈絡 (context)，以致於相關數學概念或方法，乃得以呈現其發生 (genesis) 之意義，從而或可讓學習者更易於親近。不過，合宜的數學文本與方便採用的教學包裝之名題，並非那麼垂手可得。因此，沈康身教授集數十年之功夫所編著的《歷史數學名題賞析》，當然值得我們特別珍惜與大力推薦。

本套書共有 10 章，46 節以及 152 段，編為六冊印行。這十章目錄依序如下：

- 第一章 數系及其運算
- 第二章 算術問題及其解法
- 第三章 代數問題及其解法
- 第四章 平面圖形
- 第五章 立體圖形
- 第六章 錯覺與悖論
- 第七章 拓樸學與圖論
- 第八章 組合數學與運籌學
- 第九章 極值與極限
- 第十章 拾貝

這十章內容取材自各國數學名題，包括各種命題（原理、定理、法則、公式，及其推導過程與推論）、各種算題（各類知名問題、各種算術解法、代數方程式）、各種圖形及圖像、益智趣聞與數學遊戲等等。事實上，根據作者自述，本套書分「數量、圖形和睿智」三編。所謂睿智編，是指本套書後 5 章各題思考之「睿智」要求 — 睿則思無不通！

就內容所涉及的數學知識範圍來說，本套書所收單元主要有關數系、算術、代數與幾何等初等數學 (elementary mathematics)，再加上有關無限的極值與極限，以及初等數學可以延伸應用到的組合學、圖論乃至於拓樸學等方面的問題。在一般正規學課程之外的主題，則有第六章的「錯覺與悖論」與第十章的「拾貝」。

其中，第六章的錯覺與悖論例子，則意在說明直觀的不盡可靠，以及數學論證的不可或缺。至於第十章的拾貝，則主要介紹趣味數學（recreational mathematics）或數學遊戲，不過，其相關解法或說明還是連結到正規數學單元的學習上。

在本套書編寫體例方面，作者除了提供問題或命題、解答或證明，以及相關歷史背景或軼事外，特別納入評論用的「評說」，有時還加上「思考與習作」。在某些「評說」欄內，作者相當大篇幅地抒發他的歷史觀察，相當值得我們參考與借鏡。譬如說吧，在本套書第一冊中，作者針對《九章算術》第八章「均輸」的八個合作問題之突出表現，在對比其他國家或文明的相關問題之後，特別「從時間上來看」、「從算題的類型看」、「從解法上看」、「從數學教學效果看」等幾個面向，來進行深入的評論，就頗能彰顯 HPM 的趣味與價值，跳脫純粹解題活動的格局。此外，在第五冊有關循環論證（circular fallacy）的說明之中，作者引述「證明勾股定理」（1978 年全國高考試題）的三個證明中的一個：「證明一 在直角三角形 ABC 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\sin A = \frac{a}{c}$ ， $\sin B = \frac{b}{c}$ ，而 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ ，命題得證。」最後，他評論說：這個證明「所用的大前提都是從畢氏定理推出的，因此都是從結論推出結論，犯了循環論證的錯誤。」這樣的提醒，無論對教師或學生而言，都是值得深思的洞識，因為在目前數學解題活動中，吾人經常忽略邏輯論證的結構意義。事實上，有關「等腰三角形兩底角相等」之命題，目前流行的教科書證明就是循環謬誤的典型例證，只要進入《幾何原本》的（公理結構）世界，讀者就一定可以發現問題之所在了。

本套書作者沈康身教授是中國數學史家，原任教杭州大學，目前轉任浙江大學教職。相較於一般數學史家而言，沈康身的研究進路比較強調古代數學知識的「現代性」（modernity），因此，本書論述合乎中學數學教師與學生口味，可以說一點不令人感到意外。另一方面，由於作者在中算史研究方面成就卓越，因此，他在本套書中，相當大篇幅地引進中國古代數學文本的相關內容。此外，他對於日本與印度數學史的介紹，也非常得心應手。儘管如此，我們從他所參考的數學史文獻，得知他掌握西方數學文本的深度與廣度。因此，經由本套書，讀者一定可以從中分享作者所指稱：歷史數學名題體現和諧之美，是人類文化的瑰寶，不因國籍、種族、膚色、語言而異，人見人愛，津津樂道。

總之，本套書除了包含豐富多元的數學知識之外，還有相關的歷史與文化脈絡之說明，以及在數學的教與學兩方面的反思與建議。因此，它除了可以充當高中乃至於大學數學的補充教材之外，也是數學史的極佳入門書籍。只要讀者有機會進入這些名題的歷史脈絡之中，就相關的概念與方法進行賞析，試著跟古代數學家對話，那麼，你對數學的感覺，就一定會迥異於從前了。

最後，我們也必須提醒：本套書有多處錯植或筆誤，但由於本文篇幅有限，無法在此特別說明，敬請讀者包涵見諒。不過，我們相信讀者一定可以自行發現。