

## 科普寫作+教育關懷

洪萬生

台灣師範大學數學系退休教授

書名：爸爸，這題數學怎麼算？（*Maths for Mums and Dads: Take the pain out of Maths Homework*）

作者：羅勃·伊斯威（Rob Eastaway）、麥克·阿斯庫（Mike Askew）

譯者：洪萬生、洪贊天

出版社：商周出版社

出版資料：348 頁，平裝，定價 360 元

出版年：2011 年 6 月

ISBN: 978-986-120=810-7

關鍵詞：英國科普、親子教育、數學教育改革、孩童數學經驗、直式計算



### 一、前言

本書是科普作家與數學教育家共同創作的一本親子教育手冊。第一作者羅勃·伊斯威著有多本數學普及暢銷書，都能成功地連結數學與生活經驗，既叫好又叫座。在本書中，他與數學教育家麥克·阿斯庫合作，顯然帶出了一種關懷小學數學教學的切入點，在數學及書寫方面，令人耳目一新。尤其阿斯庫教授曾經任教小學多年，目前擔任教師培育工作，更加保證了本書內容的切合主題。

事實上，數學普及著述原本所訴求的，就是一種廣義的數學教育功能。也就是說，它們的目的除了激發讀者參與數學知識活動的興趣之外，也有企圖與學校數學（school mathematics）相輔相成之考量，作者有所期待的，莫非相關數學知識的深入理解。因此，研讀數學普及書籍當然有助於制式的（conventional）數學學習，只是一般人慣於從考試成績來衡量這種研讀活動的效益，而無從領會數學普及閱讀的趣味與價值。

基於此，我們希望本書的引介，可以提醒家裡有小學生的爸爸媽媽們，在我們的生活周遭一直都有著許多素材或道具，可以幫助我們為孩子布置有遊戲趣味的數學知識活動。譬如說吧，客廳時鐘、壁掛月曆、撲克牌、掌上型計算機、有刻度的量杯、一把直尺或捲尺等等，都可以據以提問適當的數學問題——如果孩子討厭或排斥「數學」，你就說是「智力測驗」或「腦筋急轉彎」好了。其實，由這些情境所引出的數學問題，有時也非常需要爸爸媽媽多花心思，才能提升這些親子數學活動的品質。至於作者所推薦的方法之一，則是「找孩子們已經上床睡覺的空閒時間，放點輕鬆的音樂，然後以『有些孩子認為這些問題不可能解得出來』的心態，試著回答本書後面的問題集。」

總之，本書對爸爸媽媽而言，是一個小小的「智力」挑戰，因此，千萬不要以為吾人隨便翻閱即可理解。只要放鬆心情，全心投入思考，當然一定會有收穫！不過，正因為數學知識有其嚴密思維的特性，因此，數學學習的一個最重要面向，就是卡住與做錯。「卡住反而是一個值得稱許的狀態，而且最好的處理方法，就是暫時別管這問題——小寐一下可能會有意想不到的效果呢！」其實，作者顯然也藉此強調「從容」心情的不可或缺，這對於每天忙著為溫飽奔波的家長來說，尤其是難得的奢華，不過，基於親子數學活動的需求，讓自己有機會沈澱下來，也未嘗不是「充電」的好機會。

現在，親愛的爸爸媽媽，就請容許本書帶領你一起進入小孩的數學經驗世界。

## 二、內容簡介

本書共有六章，其目錄依序如下：

- 準備
- 算術——以及它是如何改變的
- 算術以外
- 問題集
- 解答
- 最後……

在各章一開始，作者都會利用一個相當「勁爆的」學童 Q&A，來說明學童所呈現的令人啼笑皆非的解答。同時，在每一章裡面，作者又分成若干節來進行說明，譬如第一章又細分成緒論、重要的問題、給爸媽的數學小道具、詞彙表和每一年的總結。在這第一章中，顯然爲了回應許多爸爸媽媽的四個重要問題，作者特別撰寫本書，以便讓這些面對新的數學教材與教法而感到束手無策的家長，在陪著小孩做數學功課時，多一點憑藉與參考。這四個問題如下：1. 他們現在的做法為什麼不一樣了？2. 我要怎樣克服自己對數學的恐懼？3. 我要怎麼使我的小孩享受數學，並比我更優秀？4. 他們（或是我本人）為什麼需要知道這些？這四個問題是兩位作者與許多爸爸媽媽對談所歸納得來的，它們當然也都充分地反映了中產階級面對數學教育改革的嚴重焦慮感。不過，作者也苦口婆心地說明：孩子對數學的興趣與他們的數學能力如何地息息相關！另一方面，作者也試圖基於數學這種獨特的認知活動，以及其意義與價值的觀點，來爲爸爸媽媽打強心針：因爲「卡住」與「做錯」的確是數學解題時，一件極爲稀鬆平常之事，千萬不要放在心上才好。

爲此，作者特別爲這些爸爸媽媽推薦家裡垂手可得的小教具，複習數學名詞與概念（詞彙表），並且說明英制小學一到十三年級的數學課程單元與重點。不過，作者也提醒家長：「無論如何，提供一個有系統的學習是學校的工作，而不是你的。你的角色是要培養和支持你孩子在學校之外的數學知識，將它帶入他們的生命中，以及最重要的，幫助它變成一個精彩的冒險。」

第二章的主題是算術，所涵蓋的單元依序有數字和位值、加法和減法：心算、加法和減法：紙筆方法、簡單的乘法和乘法表、乘法表以外的乘法，以及除法。針對這些單元，「在本章節中，我們會提出一些如何達到現在這個計算系統的背景，並且概述現在學校是如何教授它，以及一些強化數字系統的活動和遊戲——無論是十歲大的孩子或是幼童，都能感受樂趣的遊戲和活動。」其實，本章一開始，作者就提出了孩子對於數字和位值常常會碰到的問題，例如：他們認爲 6,000 只比 5,099 大 1，或者將「一百三十六」寫成 10,036 等等。其實，這也是一般教改人士（包括本書作者）反對盲目與機械地練習直式加法與乘法的主要原因之一。當然，如果孩子已經完全掌握位值概念，那麼，直式計算——所謂「家長的方法」——當然有其便利性。另一方面，在提及利用紙筆進行直式計算之前，本章特別說明如何教導孩子利用心算來做加減。還有，有關乘除法方面，作者除了運用教具或遊戲以協助乘除運算之相關說明之外，也針對「乘」與「除」的語意，提醒家長必須注意的面向，免得造成孩子的誤解乘除計算問題的題意。

在第三章中，作者說明「算術以外」的分數、百分比和小數，形狀、對稱和角，度量，資料處理和機率，計算機數學，以及給小小人類的大大思想等單元。有關前四個單元，正如同第二章的進路，作者利用數學概念與生活經驗之結合、

相關數學名詞的意義以及數學遊戲，幫助家長掌握這些「舊單元、新說法」的竅門，的確是親子教育的好幫手。至於第五、六個單元資料處理和機率以及計算機數學，是絕大多數家長小學階段時未嘗觸及的課題，作者特別指出孩子常會遭遇三個有關資料處理和機會問題，非常值得在此引述：

1. 認為「否定」的資料比肯定的資料沒用。舉例來說，在玩「猜數字」的時候，問「這數字是偶數嗎？」得到「不是」的答案，明明和問「這數字是奇數嗎？」得到「是」的答案相同，會獲得一樣多的資訊，但是孩子卻認為「不是」的答案比較沒有幫助。
2. 認為圖表提供的是一個事件的「圖像」，所以會錯誤地去解讀成一個結果。
3. 沒有理解到圓餅圖看的是一個群組的相對比例，而不是該群組的大小。

上述第一個問題涉及概念的分類之提升，對於孩子未來學習比較抽象的中學數學比如無理數之概念，絕對不可或缺，千萬不可掉以輕心。另外，針對第二問題，孩子們通常認為「圖表只是照圖面來解釋事情而已」，而往往忽略其中有關變化（change）的對應關係。

在有關計算機數學這一單元中，作者「檢視潛伏在甚至最簡單的計算機裡的陷阱，以及計算機能幫助與阻礙你的孩子對數學理解」。同時，他們特別針對計算機是否造成英國學童數學能力退步一事，提出了發人深省的評論，顯示在數學教育改革過程中，隨意的歸因或歸咎計算機的廣泛使用，是沒有太大意義的。

事實上，本書最精彩的一節，莫過於第三章最後這一單元給小小人類的大大思想。在本單元中，作者運用如下的小節：想一個數 — 代數的魔術、將圖上色、讀心卡 — 二進位制數字的魔術、次方的次方、求出一個三角形的面積、是什麼讓圓如此特別？以及無限及其之後，說明即使是親子教育類書籍，仍然可以安排深入的數學題材。這些題材應該是中學乃至大學才該教的吧！不過，作者認為高等數學裡面有許多概念，一個聰明的十歲小孩不但可以理解，而且還會深感興趣。因此，如果我們在他們的幼小心靈就播下這些引發好奇的概念種子，說不定哪天就會開花結果！請不要忘記證明費馬最後定理的安德魯·懷爾斯（Andrew Wiles），就是在十歲時閱讀了貝爾（E. T. Bell）的《最後問題》（*The Last Problems*），而種下慧根的。

最後，作者在本書第四章中，提供了若干問題，讓家長對於十一歲孩子可能碰到的問題，有一個起碼的認識或理解。這是因為在英國，每一位十一歲的學童都必須參加 SATs（Standard Assessment Tests），這是政府的國家考試，也是特定學校的入學考試。因此，基於親子教育之原則，本書作者鼓勵家長試著求解這些可能的問題，當然是十分恰當且重要的。

### 三、評論

不管讀者是否贊成數學教育改革，本書無疑是基於全新的教材教法，對舊時代的爸爸媽媽所做的「精神喊話」。不過，本書兩位作者背景 — 一位是科普作家，另一位則是有小學教學經驗的數學教育專家 — 的組合卻相當難得，因為正如前述，科普的一個面向，至少就數學普及來說，正是一種廣義的社會教育，所以，爲了所謂的國家競爭力，「再教育」家中有學童的爸爸媽媽，當然也是必須且值得的「投資」。羅勃·伊斯威這一位專業的科普作家願意介入教改議題，或許基於此一社會關懷。

儘管如此，科普素材不一定都與數學課程單元有關，因此，收集數學教學現場資料（譬如每章前的學童解答插曲），進而從普及角度切入（譬如關心「孩子的腦中在想什麼」），就成了本書作者的雙重挑戰了。好在兩位作者的分工合作，顯然了達到絕佳的平衡。尤其是「孩子的腦中在想什麼」這個經常出現的框欄，可以引導教師與家長，共同來探索孩子的認知問題或特性。

最後，本書對於幼稚園、小學和國中教師也具有極大的參考價值。對於我們台灣來說，十一歲也是小學數學教育的關鍵階段，學童必須有能力從運算性理解（operational understanding）過渡到概念性理解（conceptual understanding），而這正是本書極力想要呈現的一個重要面向。

另一方面，對於科普書寫來說，正如前述，本書提供了一個難得一見的範例，將數學普及與小學數學教育關懷密切地結合在一起，值得國內科普作家參考與借鏡。

附記：本文改寫自本書譯序〈科普作家的數學教育關懷〉。

#### 優秀數學科普作品的指標

評價方式：指標以五顆星☆☆☆☆☆為最高品質。

##### 1.知識的實質內容 (Intellectual substance of knowledge)

- (1) 認識論面向 ☆☆
- (2) 方法論面向：☆☆
- (3) 歷史或演化面向：☆☆
- (4) 哲學面向：不適用
- (5) 教育改革面向：☆☆☆☆☆
- (6) 與自然科學、人文社會乃至生活經驗的連結：☆☆

##### 2.形式或表達 (Form or representation)

- (1) 創新手法：☆☆☆☆
  - (2) 數學知識的洞察力：☆☆☆☆
  - (3) 歷史事實的洞察力：☆☆
  - (4) 異文化的啟蒙意義：☆
  - (5) 忠實可靠的參考文獻：不適用
  - (6) 敘事的趣味性、可及性與一貫性：☆☆☆☆
  - (7) 中譯本的品質（若需要）：不便自評
3. 內容與形式如何平衡 (Balance in Content vs. Form)
- (1) 青少年層次：不適用
  - (2) 一般社會大眾：☆☆☆☆
4. 摘錄本書最精彩片段 (excerpt from the most exciting passage)：

大多數孩子對數學的興趣與數學能力的發展，取決於在家做數學的經驗。

其中最重要的影響力，就是正面的回應。你應該讚美孩子對數學的努力，而不是稱讚他們「聰明」或「靈敏」。<sup>1</sup>因為重要的是幫助孩子發展出數學的「成長」態度：他們可能無法快速解題，但這並不表示他們永遠無法解決。如果孩子常常因為聰明或靈敏得到稱讚，那麼當他們遇到無法立即解決的數學時（這樣的情況一定會出現），他們就可能相信那已達到自己的極限，而決定放棄。

給回應的理想時間，就是你陪孩子一起做功課的時候。當孩子解出錯誤答案時，會想立刻告訴他做錯並解釋正確答案，是再平常不過的事。但是，請忍著別這麼做。請他說說是怎麼得到這個答案的，然後引導他，直到他發現錯誤為止（如果你幸運的話）。

.....

而當你的孩子讀出正確答案的時候，也請他解釋是如何得到解答的。這會給你一個機會檢查他的推論（有時人們毀以錯誤的推理得到正確的答案），但是，這樣做有更重要的涵意在。如果你只在他做錯的時候要他解釋，他們會開始將解釋與失敗聯想在一起，因此開始保持沈默，而不揭示自己的錯誤。如果孩子不願意揭露自己的思想過程，那麼身為一個家長的你，是完全不可能幫助他們進行推理的。

請容忍你的孩子卡住，在進行一對一輔導的時候，容易有下列想法：「我必須將重點告訴他」或「他為什麼都不懂？」學習不是一瞬間的事。休息一下，放個一天或一星期的假，再回來看這問題，對於理解以及脾氣，會有不可思議的功效。（頁 17-19）

孩子們早期對數字的經驗，通常是「形容詞」而不是「數量」：「我四歲」對於孩子來說，和「我是莎莉」或「我是個男孩」沒甚麼不同。房子的號碼、手機上面的數字鍵、電視台的頻道 — 孩子們被作為標籤的數字所包圍，而且，他們

---

<sup>1</sup> 這一點忠告剛好跟美國爸爸媽媽教養小孩的態度相左，值得我們深思與借鏡。

也不認為數字和數量有任何關連。當然身為家長的我們會幫助他們做出這個聯想，但還是有許多要做的事。舉例來說，如果你拿出六顆糖果，然後和一個四歲的小孩數一遍，並請他拿三顆給你，他不會拿三顆給你，而是拿數到三的那顆給你。從「數一、二、三、四、五、六」到指出六時的那顆糖果，並領悟到「六」可能指的是整組糖果，而不是最後指的那個，是很大的一步。而且，這是假設孩子們已經跨過了協調三件事的難關：在說出下一個數字的時候，剛好指著一顆糖果；確認你沒有跳過任何糖果或數字；確認你沒有將同一顆糖果數了兩次。學習數數最吼是以數實際的物品，而不是圖片來進行 — 物品可以在數過之後移到旁邊，使它們不會被數到兩次，而且，這個動作也可以和說出數字的名字協調。(頁 60-61)

……許多聲稱自己對數學不在行的家長是不誠實的。這些家長在處理家庭生活費、算出旅程，同時對付多種工作和玩策略遊戲的時候，可一點問題都沒有。

俗話說，誇耀自己對數學不在行的人，從來不會誇耀自己對拼字或閱讀同樣不在行。這在某些情況下可能是真的，但它之所以會發生的部份原因，是人們會將廣域主題的「數學」和窄域的計算搞混。如果某個人自我介紹是一個英語教師，你不會立刻退避三舍並說：「天啊，我對拼字完全不行！」因為你知道英語是有關表達想法和想像的，而不是基本的文法、拼字和標點而已。但這卻是人們對數學的直覺反應。(頁 346)