

數學趣味：驚奇、美麗且幽默

洪萬生

台灣師範大學數學系退休教授

書名：幾隻襪子湊一雙？（*How Many Socks Make a Pair? Surprisingly Interesting Everyday Maths*）

作者：羅勃·伊斯威（Rob Eastaway）

譯者：陳品秀

出版社：臉譜出版社

出版資料：246 頁，平裝，定價 280 元

出版年：2009

ISBN: 978-986-235-050-8



一、前言

任何讀者只要讀過《為什麼公車一次來三班？》以及《一條直線有多長？》，想必都對作者的素材選擇與敘事手法嘆為觀止。根據本書作者簡介，羅勃·伊斯威（Rob Eastaway）是英國最著名的數學普及書寫作家之一。我想即使拿他來與傑出數學普及作家伊恩·史都華（Ian Stewart）相提並論，此一評價還是可以成立，更何況史都華（2001 年被選為英國皇家學會會士）還是一位傑出數學家呢。

不過，相對於史都華的《數學可以救羅馬？！20 個數學世界裡的奇妙謎題》

(*How to Cut a Cake And Other Mathematical Conundrums*)，羅勃·伊斯威的《幾隻襪子湊一雙？》，卻顯得更加平易近人。這是因為前者「主題從圖形到機率，從邏輯到極小曲面，從拓撲學到準晶體」，看起來好像有一點嚴肅。至於後者，則作者就近取譬，題材比較貼近吾人的日常益智問答經驗。不過，就激發讀者的好奇心與想像力而言，這兩本書寫所達成的效果應該是一致的。

二、內容簡介

本書共有十二章，分別敘述了十二個數學或益智謎題，其目次如下：

- 第一章 我不相信
- 第二章 不用計算機的計算
- 第三章 挑一張牌，任何一張
- 第四章 一個信封
- 第五章 這隻熊是什麼顏色？
- 第六章 正面或反面？
- 第七章 回文和其他漂亮的模式
- 第八章 數讀和其他幻方
- 第九章 大家來走捷徑
- 第十章 旅行到三角形的中心
- 第十一章 五行打油詩
- 第十二章 飛向宇宙，浩瀚無垠

現在，我們簡略說明各章內容。在第一章中，作者利用像「鏡子、生日、細繩和報紙這些再平常不過的事物」，說明其相關問題如何地讓讀者感覺「我不相信」。其實，作者顯然在本書一開始，就刻意強調反直覺（counter-intuitive）的「數學論證」的重要性。

第二章的主題是計算。這個議題當然是（數學）教育改革所關注，但是，最直接的導火線，或許就是 1998 年英國教育部長拜耳斯（Stephen Byers）在廣播節目現場回答 $7 \times 8 = 54$ 所引起。為此，計算機之使用當然成了眾矢之的。因此，在本章中，作者禁用計算機，期望讀者恢復「從發現數字如何運作中激發出的創造力」。當然，他所建議的方法，就是老祖宗的「捏指一算」。本章列有可以被 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12 等數整除的「可除性」判別法則，值得讀者參考。當然，為什麼漏掉了 7，也值得好好想想。

第三章主要說明撲克牌如何洗成隨機狀態。運用簡單的說明，作者引述了數學家的證明結果：經過第七次適當但不完美的鴿尾式洗牌後，撲克牌的原始模式之痕跡，就蕩然無存了。這些當然與魔術表演有關，但是，魔術師技巧的成熟也

來自數學推論的保證，這才是數學魔術得以發展並大受歡迎的原因之一。目前國內數學魔術甚受歡迎，林壽福、吳如皓與廖惠儀老師與魔術師莊惟棟合作，正在大力發展數學魔術，讀者可以參考林壽福與吳如皓的《數學魔術》。

第四章的主要工具是 A4 開式的一張紙。這個 A4 紙張的邊長比是 297 釐米比 210 釐米，是無理數 $\sqrt{2}$ 的近似值。然則這一開式何以被挑選出來，而成為複印紙的標準規格呢？原來，A4 與其對摺之後小長方形相似，後者就是 A5 開式。若將兩張 A4 在長邊疊合，就成為 A3 開式，依此類推可以得到 A2、A1 乃至於 A0，而這個 A0 的面積剛好是 1 平方公尺，因此，A4 的面積恰好是 1 平方公尺的 1/16。以此為基礎，作者進一步摺剪出包括碎形在內的圖形。

誠如作者指出，第五章所布置的每一個問題似乎和數學沒什麼關係，而是一些都是一些能激發讀者「啊，啊哈，哈哈」的謎題。作者認為偉大的謎題正如偉大的數學問題一樣，都必須具備「驚奇、美或幽默的元素」。針對謎題的這種「有趣」特性，作者在本書第九章中，更是發揮得淋漓盡致。不過，作者始終未曾忘懷宏觀知識的統整功能，譬如對比掰巧克力糖 vs. 足球淘汰賽，他就指出：「掰巧克力和足球淘汰賽或許聽來迥異，隱藏的數學道理卻是相同的。這是另一種數學美感——同樣的解答方式常用在看起來非常不一樣的情況。」還有，「本章以蒼蠅的飛行為開端以螞蟻的行走做結。在這兩個問題中，解題秘密——訣竅——就是退一步來看整個大局，而不是注意一些小細節。這也是為什麼『蒼蠅飛了多遠？』和『螞蟻走了多遠？』兩個昆蟲問題，讓數學家那麼興奮的原因了。」

針對數學知識之間的統整，在第六、七、十和十一章中，作者則一再地指出相關概念與巴斯卡三角形之間的連結。在第六章中，作者說明丟擲硬幣出現正面或反面的各種可能組合，都可以從巴斯卡三角形的數字讀得出來。同時，由於「這個三角形的每一行都是迴文，亦即它的正向和反向唸法都一樣」，因此，當然值得另闢一章（亦即第七章）來探討。第十章與巴斯卡三角形的相關，則是作者將此一三角形中的偶數塗掉之後，而形成碎形——西爾賓斯基墊片（或地毯）。至於第十一章與巴斯卡三角形有關的，則是費布那西（Fibonacci）數列。有關這四章中，值得在此一題的內容有：第六章的內容涉及機率論而顯得相當「有用」，第七章就完全以「有趣」為訴求主題。顯然，「迴文數和其他對稱數字都滿足了我們對美麗模式的喜愛」，而這些當然都有數學理論依據的。第十章還討論三角形的重心（或形心）與內心，以及畢氏定理及其「圖說一體」證明（proof without words）。針對此一證明，作者認為它很引人注目，因為它「很視覺化、很直覺，無須動用任何數字」。第十一章主要介紹費布那西數列、盧卡數列與黃金比例。至於其中的「揭穿達文西」一節，則留到下一段再說。

無論如何，這種以有趣訴求為主調的，還有第十二章有關「無限的不同層次」之討論。此一題材對於一般讀者（譬如英國教育部長）而言，其實並不討喜。因

此，作者將它收納進來，可以證明他的書寫並不只是想要討好那些泛泛之輩而已。只要有這樣的一章存在，數學普及的格調就得以充分彰顯，而作者處理相關題材的數學素養，也因此得到極佳保證。其實，作者的博雅素養，還充分反映在他如何「揭穿達文西」，其中，他指出《達文西密碼》有關黃金比 $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618$ 如何與大自然的美感有關之誤謬。在該部名利雙收的小說中，丹·布朗利用黃金比做比喻，提出了幾項幾個有關美的「事實」，譬如「建構人體結構的材料之間的比例，永遠等於 Φ 」等等，然而，根據羅勃·伊斯威的「現身說法」，則大都有極大之誤差。因此，即使是虛構情節的小說，只要涉及數學概念或知識，那麼，唬弄亂掰，遲早會出紕漏的。

三、評論

在第一章結尾，作者指出他書寫本書的用心與進路：

現在你知道像鏡子、生日、細繩和報紙這些再平常不過的事物，也蘊藏令人掉下巴的驚奇吧。而它們全部都能用數學做出完整的解釋。我希望這足以撩起你的好奇心。

此外，作者總是試圖連結這些謎題之解，如何地與（正規或制式的）數學有關，儘管總是欲言又止。不過，只要想到他們的教育部長竟然會將七乘八算成五十四，我們就多少可以同情的瞭解了。其實，學校裡所教授的正規（formal）或制式（conventional）數學知識內容，譬如巴斯卡三角形，通常可以成為思維方法的一種概念工具（conceptual tool）。換言之，在進行解題活動時，如果解題者可以將相關資訊連結到一個強而有力的概念工具時，那麼，解題大都可以得心應手。學校課堂上老師教的與學生從課外讀物所自學的，本來就可以而且應該相輔相成的，只是作者不想嚇走本書的一般讀者，所以，他並不怎麼打算凸顯此一觀點，儘管他特別提及英國《獨立報》（*The Independent*）在每天刊登的數獨謎題旁邊，總是加上一句註解：「與數學無關」。

總之，本書的基本訴求是（數學）謎題的趣味性。作者顯然刻意在必要論及數學本身時，保持相當的「低調」，總是避免本書對一般讀者造成太大的心理壓力。不過，作者畢竟是有相當豐富數學經驗的科普作家，因此，本書內容乃能在娛樂取向（recreation）的規格中，表現脫俗的敘說數學知識之進路。所以，本書值得大力推薦，有志於科普書寫的作者，也可以好好地效法。

優秀數學科普作品的指標

評價方式：指標以五顆星☆☆☆☆☆為最高品質。

1.知識的實質內容 (Intellectual substance of knowledge)

- (1) 認識論面向 ☆☆☆☆
- (2) 方法論面向：☆☆☆☆
- (3) 歷史或演化面向：☆☆
- (4) 哲學面向：不適用
- (5) 教育改革面向：☆
- (6) 與自然科學、人文社會乃至生活經驗的連結：☆☆

2.形式或表達 (Form or representation)

- (1) 創新手法：☆☆☆☆
- (2) 數學知識的洞察力：☆☆☆☆
- (3) 歷史事實的洞察力：☆☆
- (4) 異文化的啟蒙意義：☆
- (5) 忠實可靠的參考文獻：不適用
- (6) 敘事的趣味性、可及性與一貫性：☆☆☆☆
- (7) 中譯本的品質 (若需要)：☆☆☆☆

3. 內容與形式如何平衡 (Balance in Content vs. Form)

- (1) 青少年層次：☆☆☆☆
- (2) 一般社會大眾：☆☆☆☆

4. 摘錄本書最精彩片段 (excerpt from the most exciting passage)：

對我們大多數人來說，想像無限已經夠困難了。想向超越無限的無限，簡直是天方夜譚。已經不只一位數學家苦思這個問題時，搞到精神錯亂。

這給了我們一個線索，告訴我們為什麼數學是這麼負創意、有想像力的一門學科。當人們談到畫圖表和死記硬背來解方程式時，稱它為數學 — 好吧，它有其重要性，但只是部份的數學。真正的數學，這個美麗又令人興奮的東西，是關乎探索、發掘、犯錯，以及偶爾遇到一些完全反直覺的結果。而這些都不常在你的典型教科書裡找到。

我將結語留給希爾伯特。希爾伯特曾經教過一個學生，他和數學搏鬥後，不得不退選。希爾伯特後來評論說：

「他缺乏成為一位數學家的足夠想像力，但作為詩人卻游刃有餘。」(pp. 245-246)