

# 充滿夢想、真理及愛的故事 — 爺爺的證明題

林怡寶、翁康鈞  
台灣師範大學數學系

書名：爺爺的證明題：上帝存在嗎？(A Certain Ambiguity: A Mathematical Novel)

作者：高瑞夫 (Gaurav Suri), 哈托許 Hartosh Singh Bal

中譯者：洪萬生、洪贊天、林倉億

出版社：博雅書屋

出版年：2009 年

頁數：311 頁



## 一、楔子

書架上擺滿了各式各樣的書籍，但一眼掃過去後，目光就被這本書的書名給吸引了。這世界充滿了各種不同的信仰，像是佛教、基督教、印度教.....等等，有人選擇信奉上帝，有人則選擇信奉神明，但到底人們所說的上帝（或是神明）到底存不存在呢？

或許是因為兩位筆者都是屬於無神論者，雖然沒有特別去信奉某一個宗教，但是對於人們口中所說的上帝或神明還是抱有一定的好奇心，故在好奇心驅使下，便將書取下來翻閱，卻意外發現這竟是本與數學有關的書，令筆者心裡不經心生疑問：為什麼上帝存不存在會和數學扯上關係呢？於是引發筆者的興趣。本篇書評全篇係由我們兩位筆者討論過後，共同書寫。本篇共分成四大節：楔子、內容介紹暨數學知識、結論及弦外之音。第二節我們將本書內容規結成起、承、轉、合四大部分，並在每個部份後加上其囊括之數學知識。第三節，我們將針對全書的觀感及特點進行描述。第四節則是筆者的個人想法。怡寶在討論過程中，不斷賜予康鈞不一樣的看法，此次合作十分愉快！康鈞在此特別感謝怡寶！也在此致謝洪老師給我們如此機會書寫本次書評！也特別感謝郭君逸老師不吝將此書外借於康鈞！本書評的形式係效顰台灣數學博物館中眾多書評，若讀者對本書評有疑問之處，歡迎讀者提出來與筆者分享！感謝！

大部分的人都對數學敬而遠之，認為數學是他們碰不得的領域，只可遠觀而不可褻玩焉，但此書很巧妙的將數學帶入了平易近人的小說裡，利用「確定性」的問題將宗教與數學搭上線，以兩條故事為軸，穿插著「加料的」數學史實及虛擬場景，帶領讀者進入數學哲學的旅程。

究竟如何從數學的角度來思考確定性呢？數學是美麗的嗎？數學的美麗與確定性又有何干？我們又該怎麼利用確定性來證明上帝到底有沒有存在呢？透過這個充滿夢想、真理及愛的故事，讓我們來一探究竟吧！

## 二、內容介紹暨數學知識

### 起章：Chapter 1 故事之始 初探數學

故事的起源在印度，一個看似平凡卻隱藏著不平凡的家庭裡。第一男主角「拉維」，在十二歲生日那年收到他最愛的數學家爺爺「維傑·薩尼」送給他的生日禮物—計算機。爺爺同拉維進行了一個小活動—數字魔術，同時也激發小拉維對數學的興趣，爺孫倆更立下將來要一同做研究的夢想。但是，命運捉弄人，拉維生日的隔天，爺爺就與世長辭了。傷心的拉維失去至親，更失去數學的導師，只好每天待在爺爺的房裡思念爺爺，拉維的母親不忍心兒子失志，勸拉維好好努力，

完成爺爺的遺願—到美國唸書。場景轉換到美國，拉維化悲痛為力量，終於達成爺爺的遺願，但完成階段性的任務後，拉維卻不知道下一步該往何處走？在「星期四爵士夜」結束後，拉維遇見了「尼可·阿里普蘭提斯」—被拉維的好友「彼得·凱吉」譽為曾碰過最棒的數學老師。尼可邀請拉維修習他開的課程—思考無限。拉維在思考無限的第一堂課中，認識了對數學有興趣的克蕾兒及尋找確定性的哲學系學生亞丁等人。在第一堂課裡，透過尼可深入淺出的教學許多新奇的數學知識，拉維內心對數學的熱情又再次被激起。課後，拉維在尼可的辦公室中發現爺爺年輕時出版的論文，卻在論文的註腳中發現爺爺曾經在紐澤西摩里塞服刑，為一段不平凡的故事揭開序幕……

除了故事的走向外，另一條主軸就是我們關切的數學。作者安排了拉維進入尼可的課程—思考無限，藉此機會引入數學知識，也讓我們在關心劇情走勢時，可以順道「吃」一點數學知識。這個章節中的開胃菜其實在於小拉維與爺爺進行的小遊戲，相信學過質因數分解的人應該不難體會！第一道主菜其實是無限的概念，無限的概念對於一般人來說或許就停留在高中時學習極限的時候，但是，對於數學系的學生來說，則否。而在數學上又是如何定義無限的呢？本書也作了介紹！第二道主菜，是堪稱數學史上第二次危機的吉諾悖論，在探討此悖論的過程中，作者巧妙的引入學生在學習上的盲點，更一一化解，也是本書值得閱讀的一著。第三道菜則是 mapping 的概念，簡而言之，應用一對一 mapping 的簡單概念，就可以解決課堂上引入兩同心圓上的點是一樣多的問題，相信可以引起讀者的興趣，而作者也企圖在每一次的證明、解決問題的過程中還有各式各樣的盲點中，向我們說明數學的嚴謹性！更企圖說服我們數學是美麗的！

#### 承章：Chapter 2-5 劇情高潮 薩尼入獄

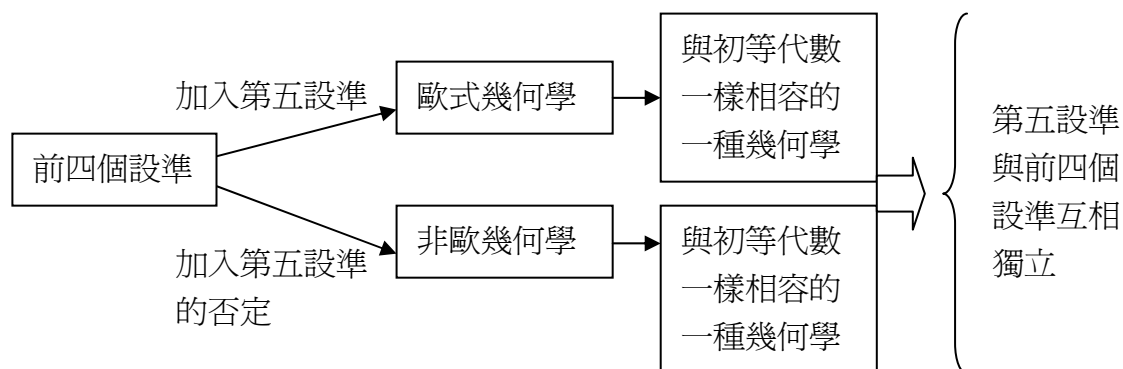
當拉維發現爺爺曾經在紐澤西摩里塞服刑後，急著想要知道到底發生了什麼事。在克蕾兒的幫助下，拉維順利於圖書館中取得當時摩里塞的日報—「摩里塞編年史」，裡頭記載了爺爺為何到了平凡無奇的小鎮，也報導了爺爺因當地的瀆神法被控告，以及事情發生的經過。在瀆神法與言論自由的牴觸下，法官「約翰·泰勒」被任命來處理這項棘手的案子。為了要以最公正公平的角度來處理，泰勒法官與薩尼進行了一連串的面對面談話，為的就是要確定薩尼瀆神的話語究竟是反射性的脫口而出，還是經過思考才講出來的，這件事將取決是否要將薩尼送進監獄。對薩尼來說，他認為宗教不具有絕對確定性，而泰勒法官為了更了解薩尼的想法，於是他們進行了一連串的數學討論；而在現實生活中，拉維則在尼可的帶領下，探討無限的數列，並進入了康托爾的集合論。

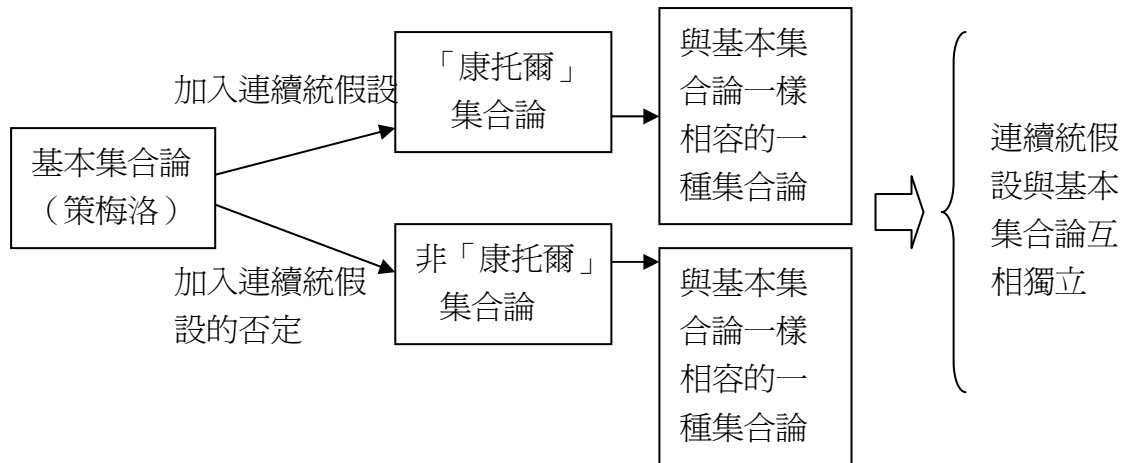
在這幾章中，作者帶我們進入兩條數學的隧道中，讓我們一窺數學上的兩大潮流：歐幾里得的幾何學以及康托爾的無限理論。在過去的世界中，爺爺與法官

正進入了「確定性」的問題，爺爺先以他的親生經歷，點出為何他會注重確定性的問題，而他所認為具有絕對確定的東西就是數學！首先他先以大家最熟悉的畢氏定理讓法官先初步了解數學中的確定性，再切入歐式幾何學—由五個「不證自明」的設準所建構出的空間幾何學，並帶著法官一起研究五個設準的確定性。而在現實社會中，尼可帶大家一起探討無限數列的斂散性，接著把無限的概念帶進了小數裡，從無限的小數帶出了無理數以及實數系，並去比較所謂無限中的比大小，再將大家帶領進康托爾集合論的世界。承接上一段 mapping 的概念，只要我能在兩邊找到一對一的映射，我就可以得到兩邊的東西是一樣多的。另外，作者也巧妙的將爺爺那邊所談論到的畢氏定理，連結到畢式學派對 $\sqrt{2}$ 的出現所帶來的改變，再轉換到尼可所要講的無限不循環小數，也就是無理數。作者在內容的編排上都是經過嚴密的巧思，才會讓讀著可以流暢的進行數學之旅！而這邊也利用了反證法證明了實數的無限比整數的無限還要多，也解說了「矛盾」對數學所帶來的衝擊。第五章可以說是本書最主要的核心地帶，前大段是在探討歐式幾何學的五個設準，及其所衍生出來的各種定理；後大段則是進入了康托爾的集合論，尋找比實數的無限還要大的無限，也帶出了集合論中最著名的問題：連續統問題。

**轉章：Chapter 6-7 水落石出 打破信仰**

在薩尼和法官一連串的討論之後，法官同意了歐式幾何的五個設準是不證自明的，但他認為薩尼對他所訂下的公理「所有的事物一定都是由某個東西創造的」卻一味的反對，一點都沒有接受的意思，所以法官終究決定將他的案子進行審判。然而，第五設準的確定性引起了法官的好奇，於是法官寄了本有關「非歐幾何」的相關書籍並和薩尼討論，發現第五設準其實是可以被否定的，並且製出另一個「奇怪」但相當具有邏輯性的空間。薩尼開始不確定他之前所相信的東西現在是不是還應該被相信，而法官也開始懷疑自己的信仰是不是也有可能不真實。另一方面，拉維與他身邊的夥伴以及他們敬重的教授尼可一起探討了的第五設準與連續統的假設的關聯，而做出下圖的結論：





在前幾段中，大家在都陷在「我們直覺認為是對的」的世界裡，但這兩章卻打破了我們先前的觀念，冒出了不確定的東西讓大家都慌了。非歐幾何學的出現，打破了許多人原先的想法，但是開闢了一個新的數學戰場，進而開拓了數學家的視野，也產生了一套新的理論。我們可以想見：矛盾對數學的衝擊很大；但是相對的，研究矛盾卻可能帶給我們新的看法。在本書的第 7 章，也引進了一些比較高觀點的數學，討論了基本集合論理的分支，值得大家關注。

#### 合章：Chapter 8 故事終章 夢想啟航

一連串的討論，改變了法官與薩尼的想法。他們發現，不管是對數學的熱情，還是對上帝的信仰，都是源自於一個人的信念。法官最後決定釋放維傑·薩尼，兩人成為了好朋友，時常通信，並登門拜訪，一同享受美好的時光。另一方面；拉維總算確定自己可以奉獻一生熱情的事情：那就是跟隨尼可一同做研究還有守候在克蕾兒身邊。

這個章節的篇幅不廣，無疑是給整個故事一個圓滿的交代，爺爺和法官成為忘年之交，並時常通信討論數學，我想整個故事中，爺爺也成功扮演了一位偉大的數學導師，無疑地，法官也是位成功的學生。我們簡單討論這個章節主要的數學概念：數學哲學。究竟我們現在所學所用的數學物件是存在於哪裡呢？有人認為存在於心智之外，有人則認為不是，在本章裡有做一點討論，值得各位參考！我想，或許這問題的答案，就和本書要給我們的概念是一致的。而讀到這裡，對筆者而言，最好奇的問題—上帝是否是存在的呢？我想公道自在人心！信仰亦然！

### 三、結論

引述作者前記：

我們寫這一本小说的主要目的，是想向讀者證明數學是美麗的。而且，我們也試圖證明數學的深刻性對於人類真正在乎的事情的意義。

作者在書中經常「刻意」將數學結構與生活所見之物聯結。最讓筆者印象深刻的比喻出現在本書第 239 頁，值得引述如下：

他站在一顆特別巨大的樹前面，用手從數的底部比到頂端，並說：「這真是不可思議的樹木」。他帶我們看樹皮(防火的)、樹葉(利於保持水分)，還有淺而強壯的根系(讓樹可以得到來自於海上霧氣的表層水份)。「還有，注意到，這些樹木沒有果實，這就是為什麼在樹林中沒有鳥類和動物。」他說的對，這樹林中十分安靜，只有風在樹梢產生的聲音。他抬起頭看著樹梢說：「這就是為什麼美洲印第安人認為這些樹是神聖的。他們說這些樹擁有讓人平靜的力量，可以讓思緒純淨。」連內心對每件事都抱持著懷疑態度、甚至有點「新時代」的我，都認為印第安人他們真的發現好東西了。

這個段落本身有點突兀，初讀時並沒有留意，再讀時發現作者是刻意安插這個段落，在該章中，主要探討為了確定性而產生一套有完整結構的邏輯系統。作者安排了這個段落，讓讀者可以想像兩者之間的關聯性。而小說中，有一特殊的配角—爵士樂。試圖利用爵士樂象徵數學的和諧，在第 1 章曾提到：

我理解這裡大部份的唱片，都存在著最根本、讓人可以即興創作的構造：合奏會先將旋律從頭到尾演奏一次，小號則是負責主曲，而合聲則是韻律區—由鋼琴、貝斯和鼓所負責的。然後，當旋律持續進行時，韻律區則會繼續彈奏合聲，而同時間，每支小號都會隨興獨奏演出。獨奏者會選擇合聲構造中有限的音符來發揮，然後將原旋律的靈魂注入其中，但是，每次演奏的時候，都會創造出一些不一樣的東西。

爵士樂的特點，正也是數學美麗的一大特色。對於第一個目的來說，可說是過了我們這一關。畢竟美麗的事物見仁見智，因此，我們也不能說作者們徹底達成他們的目的。但是，相信讀完這本書的人們，都會佩服作者們的勇氣，也能同意他們的確在貫徹這個目的的手段上表現的出類拔萃！

第二個目的，作者挑戰了一個最多人類萬分在乎的事情—信仰。對人們跟隨的信仰提出確定性的質疑，假數學的手法，在本書中做一個完整的討論。討論過程中，亦涉及了哲學等相關問題，可以讓讀者們自行思考，本書中的討論成果也是占有相當地位的參考價值。姑且不論第二個目的達成與否，至少在實行這個目標的手法上，可以讓閱讀的眾人補充許多「數學活力」，更能讓許多人燃起對數學的熱情。而貫徹以上兩個主要目的的做法，就是將數學的歷史引入故事中。

為了讓讀者更能感受數學是美麗的，為了加強讀者認識數學的深刻性，作者

們安排了數學的發展歷史，及各式各樣關乎著數學發展的歷史名題，引人入勝！其中，他們更以仿效數學家之間書信往來，和數學家生活中的私密日記包裝數學史，讀起來更讓人能體會當時孕育該「數學產物」的背景及時代，也是本書的一大特色。縱觀全書數學史的安排，與正確時間發展似乎失之毫釐，舉例來說：第一章提到芝諾悖論，第三章提到發現無理數。在正確的歷史上，本書中兩者的先後順序應該倒過來才是。總的來說，讀者們能在不落窠臼、別出心裁的故事鋪陳中，補充各層面上的「數學熱情」，作為一本科普小說，實在是十分成功！筆者心中更抱持著一個信念：這本書值得每一位數學系的學生在修習數學系課程時細細品嚐一回！

事實上，筆者認為本書持有的不只有以上這兩個「檯面」上的主要想法，更包含了以下三個面向：懷抱夢想的熱情、追求真理的性情，以及感染人心的愛情。從主角的內心世界出發，我們可以看出一開始他充滿了懷抱夢想的熱情，但是，幾經波折讓他失去了這一股熱情，更迷失在現在、過去及將來的迷惘之中。這也讓現值大二的筆者讀來更感同身受。在追尋爺爺的過去中，我們看見的是主角想弄清楚究竟發生了什麼事的心情，這不正切合追求真理的性情嗎？作者也安排幾位配角，一再從各個角色自身的想法提供各種角度的思維，又再次切合追求真理的性情。然而牽動著人心的，不只有數學、正確無誤的邏輯推演以及尋求真理，最最最能打動人心的，就是主角和爺爺之間的情感，他們之間的愛，攸關這一整個故事的產生，更牽動著主角懷抱夢想的熱情及追求真理的性情。故事最後，主角誠實面對自己的心，勇敢地懷抱夢想，達成爺爺的期盼，更保有實在的真性情。本書可謂是激勵人心、美麗動人的故事。情節安排也十分得宜，節奏偏中快，中譯則用心良苦，讀來賞心悅目，十分舒服！

#### 四、弦外之音

故事中的主人翁，大部份擔綱的角色是史丹福大學三年級的學生，由於他進大學那天就算達成和爺爺的約定了。所以，他在大學裡浮浮沉沉，對許多事無法懷抱著長久的熱情，這樣的他也迷失了自我，甚至要等到父親的催促才決定主修經濟學。他不知道如何做選擇，因為他不知道自己怎麼選擇是最正確的決定，他懷著不確定的心情選擇在大學裡該做些什麼。或許是和故事中的主人翁同年齡，所以產生了投影的效應，不知怎麼的，筆者發覺自己的心境竟和拉維雷同，因此在故事的一開始，這條小小的支線就一直牽動著我的心。故事的變化十分有趣，拉維接受了一樣刺激，他發現最喜愛的爺爺竟然曾經在紐約服刑，於是，他開始搜尋有關爺爺不平凡的遭遇，他也重新認識了年輕時的爺爺，也因此他知道自己更能確信爺爺對數學的「信仰」。與此同時，深深影響拉維的還有他生命中的第二位數學導師尼可，在尼可的課堂上，拉維終於能找到他能夠一直投注熱情的事物了，那就是數學了！筆者也在等待那一個刺激的到來，哪一天筆者也終將確定自己可以投注熱情的事物也說不定。此篇乃弦外之音，惟讀完此書有感而發！

編按：本文是林怡寶、翁康鈞選修洪萬生教授「數學史」(2010年春季班)的期末報告。