

數學也可以很文學！

洪萬生

台灣師範大學數學系退休教授

一、前言

這個題目是廖惠儀老師的靈感！2009年我應邀前往高雄市九年一貫數學學習領域教師輔導團發表演說，主題與科普閱讀有關。惠儀從台灣數學博物館的科普特區之「深度書評」，摘選了我撰寫的幾篇文章之片段，並幫忙製作了一個簡報檔，取名為「數學也可以很文學」。當時，我就覺得這是一個頗具巧思的主題，真是多虧了她的豐富想像力。

現在，我就針對這個主題，將她整理的資料連綴成文，再補充一點說明。因此，本文的書寫方式，多少模仿了該簡報檔的安排方式。如果讀者一時習慣不來，也請多多包涵。當然，我自己必須承擔所有文責。

二、卡巴列夫斯基

偉大的俄羅斯女數學家卡巴列夫斯基 (Sonya Corvin-Krukovsky Kovalevsky, or Sofia Kovalevskaja, 1850-1891) 曾經運用十分感性的語調，說明她在日常生活中，如何協調「數學的理性」與「文學的感性」：

我瞭解你們會覺得奇怪，為什麼我能一邊忙文學，一邊搞數學。很多人由於從來沒有機會通曉更多的數學，都把數學和算術弄混在一起，而認為它是一門枯燥乏味的科學。事實上，他倒是一門需要大量想像力的科學呢。

本世紀一位數學家領袖就曾非常正確地陳述這種情形。他說：要成為數學家，不可能不是心靈上的詩人。當然，為了領悟這個定義的精確性，我們必須拋棄古代人那種認為『詩人總是無中生有，且發明與想像乃是同一回事』的偏見。

對我來說，詩人只是感知了一般人所沒有感知到的東西，他們看的也比一般人深。其實數學家所做的不也是同樣的事？

就我自己來說吧！我這一輩子始終無法決定，到底哪個偏好較大些，是數學呢？還是文學？只要我的心智逐漸為抽象的玄思所苦，我的大腦就會立即偏向人生經驗的省察，偏向一些美好的文藝作品；反之，當生活中每一樣事開始令我感到無聊而提不起勁的時候，只有科學上那些永恆不朽的律則，才能吸引我的興致。

如果我心無旁騖地專注於一門科學，我應該可以在這一門上超越目前的水準，然而，我卻不能完全地放棄這兩項中的任何一門。

桑雅（或蘇菲）出身沙皇時代，父親是俄羅斯名流，她文學早慧，也顯露數學天分，不過，直到她前往普魯士留學，投到柏林學派大師卡爾·外爾斯特拉斯 (Karl Weierstrass) 門下 — 可能是上述引文所說的數學家領袖，才開始進行數學研究工作。可惜，她在當時的歐洲或俄羅斯始終都找不到工作機會（無論研究或教學），所以，回到俄羅斯之後，只好繼續發揮她的文學才華，成爲一位擁有數學博士的自由撰稿者，在報刊雜誌上發表旅歐心得。後來，在老師的召喚之下，重回歐洲舞台，終於在同門師兄米塔格·列弗勒 (Mittag-Leffler) 的邀請下，在斯德哥爾摩大學數學系短暫地綻放光芒。

三、梵谷的見證：給弟弟西奧的一封信

梵谷 (Vincent van Gogh) 在 1882 年 7 月 12 日寫信給他的弟弟西奧 (Theo)，其中說明了他如何在困苦潦倒的處境中，仍然擁有十分豐富的美學經驗：

雖然我經常處在悲慘的處境之中，但是，在我的心靈中，永遠有一種寧靜、純粹的和諧與音樂。我在最窮困的木屋、最骯髒的角落，看到繪畫〔的美〕。而且一旦如此，我的心靈就會無法抗拒地向前趨近。(Though I am often in the depths of misery, there is still calmness, pure harmony and music inside me. I see paintings or drawings in the poorest cottages, in the dirtiest corners. And my mind is driven towards these things with an irresistible momentum.)

梵谷的告白讓我們想起了柏拉圖的數學的教育功能：提升吾人超越心靈變幻無常的表象世界 (becoming)，以便擁抱永恆不變的實存世界 (being)。

不過，柏拉圖主義不僅僅是偉大藝術家的信仰而已，數學家也絕大都是柏拉圖主義者 (Platonist)，否則他（她）們就很難安頓數學的本體論議題 (ontological issues)，亦即數學物件 (mathematical entities) 存在嗎？要是不存在，那麼，數學家的工作究竟如何賦予意義呢？

這種柏拉圖主義的信仰，也很容易見諸於數學小說。譬如，小川洋子的《博士熱愛的算式》，就是最好的例子。

四、小川洋子：《博士熱愛的算式》

在這一本書數學小說中，小川洋子通過第一人稱的管家（負責照顧一位只有八

十分鐘記憶的數學博士 — 他的最愛顯然就是歐拉公式 (Euler formula)，說出她對歐拉公式 $e^m + 1 = 0$ 的文學想像：

沈重的書本讓我的手麻痺了，我甩了甩手，重新翻開書本，腦海裡想著這位十八世紀最偉大的數學家，雷奧哈德爾·歐拉。我雖然對他一無所知，但手拿這個公式，我覺得自己可以感受到他的體溫。歐拉用了這個極不自然的概念，編織出一個公式。他從這些看似毫無關係的數字中，發現了彼此之間自然的關聯。

我重新看著博士的紙條。永無止境地循環下去的數字，和讓人難以捉摸的虛數畫出簡潔的軌跡，在某一點落地。雖然沒有圓的出現，但來自宇宙的 π 飄然地來到 e 的身旁，和害羞的 i 握著手。他們的身體緊緊地靠在一起，屏住呼吸，但有人加了 1 以後，世界就毫無預警地發生了巨大的變化。一切都歸於 0。歐拉公式就像是暗夜中閃現的一道流星；也像是刻在漆黑的洞窟裡的一行詩句。我被這個公式的美深深地打動了，再度將紙條放進票夾。

走下圖書館的樓梯時，我回頭看了一下，數學書籍區仍然沒有一個人影，一片寂靜，沒有人知道那裡隱藏著多麼美的事物。

事實上，在這本小說中，數學作為一種文學比喻 (mathematics as a literary metaphor)，可以說發揮得淋漓盡致。在這種數學小說的新文類之書寫上，小川樹立了一個非常傑出的典範。

五、林芳玫：《達文西亂碼》

無獨有偶地，林芳玫在創作這一本數學小說時，也採用了相當類似的進路：

我是 $\sqrt{5}$ ，我要尋找 1，演變成 Phi。

$(1 + \sqrt{5})/2 = \text{Phi}$ ；黃金比例。

Phi 是個無理數，無法用小數點後面的數字來表達。但是 Phi 可以用幾何作圖形形成視覺再現，就像是海螺的螺旋，每一圈直徑跟較內圈的直徑比例都是 1.618。這樣的曲線當然也只是模擬 (simulation)。

有如海螺般的曲線，但是海螺是有限的，Phi 可以不斷向外擴展至無限大，也可以向內縮至無限小。Phi 是無限寬廣與無限細膩。

五芒星線條比例；人體身高與從肚臍到腳底的比例；蜂巢裡雄蜂數目除

以雄蜂，這些都是 Phi。存在大自然的動物植物，都顯現著神聖比例。

萬事萬物不斷生長繁殖，向上、向外延展；也不斷向下、向內，趨於微妙，但不死寂消滅。我忽然想起了歌德在《浮士德》最後寫的句子：「一切無常皆是映影；不可企及者至此實現；無可言喻者至此完成；永恆的女性，引領我們向上。」

無常就是不斷變化，有如湖面波光粼粼，又似黑暗洞穴裡舉起蠟燭，燭光照出尋寶者移動的身影。看似虛幻又難以達成，卻又可以用海螺曲線等各種方式表達，就是不能用一般理性的語言來說明。歌德的詩篇，多麼 Phi！永恆不滅，永不止息。

顯然，她在此將數學概念 Φ （讀作 phi）作為一種文學的比喻。至於如何涉及達文西，則是因為文藝復興時期的繪畫與藝術，幾乎都可以與 Φ 連結。當然，她的靈感也得自丹·布朗 (Dan Brown) 的《達文西密碼》之啟發，不過，後者除了提及斐波那契數列 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,...與黃金比 Φ 的關係之外，顯然沒有針對數學發揮太多的文學想像。

六、賀景濱：〈老埃的故事〉

在這一則短篇小說中，賀景濱將他的文學想像力，發揮到令人匪夷所思的程度，然而，讀者只要細按一下，一定可以發現他充分地理解虛數*i*—老埃—的意義：

為什麼叫他老埃？

因為老埃是個不合理的存在。

我還記得，李伯夢第一次發現老埃的存在，是在十年前某個寒冷的下午。那個下午，數學課本首次出現了虛數*i*。

如果課本上蹦出的只是個小寫的英文字母，那也罷了。偏偏這個*i*的來源正常得不能再自然的偶然。因為未知數*X*的平方等於負一，於是便誕生*i*了。李伯夢環顧四周，只見班上的同學，隨著老師的講解，一步一步走進*i*的循環的陷阱裡；頓時，某種不可名狀的孤獨和沈默，扯著他逐漸飄離現實。等他再度凝視書本時，彷彿看到了*i*擠眉弄眼的表情，並且在絕對的靜默中，不時發出啾啾的嘲笑聲。

起初，李伯夢還以為*i*是從現實通往荒謬或幻境的介子。真是這樣，事

情倒也好辦。因為如此一來，幻境就算不可知，畢竟還保留住一片渾沌的原野等待我們去開拓。可惜， i 既不是介子，也不等於荒謬。當一個方程式無解時，我們可以稱呼這種邏輯上不存在的現象為「荒謬」。然而 i 是個活生生的存在，而且以獨特且寂寞的邏輯，隸屬於「現實中不存在的存在」。除此之外，它還發展出獨立的運算法則。從 i 到 i 的四次方，一如佛家眼中的生老病死，形成滾滾不息的輪迴，與實數的線性運算本質涇渭分明。

所有的數字中，能夠跟 i 分庭抗禮的，恐怕只有那個奇怪的「 0 」了。阿拉伯人巧妙地用一個圓圈代表某種不可知且不存在的意義，但如果你認為那個圓圈只是表示所有的虛無或非存有，那就大錯特錯了。（其實，我們對虛數或非存有的了解，也幾乎等於零。真正的非存有，怎麼會以零的實存狀態出現在我們的腦中呢？）何況那個神秘的圓圈，除了包含萬物，讓萬物化為一種嘆息的輕煙外，似乎還擔負著介子或關口的任務。 0 不僅是區別現實與荒謬的分界點（ 1 的 0 次方等於一，而 0 的 0 次方無意義）；同時， 0 也是從自然的實存通往幻境 i 的把關大將。

這麼說吧，一個能計算火箭路徑的文明，不可能沒有 0 這個基礎。

而一個文明要能發展出波函數這樣的方程式時，更不能沒有 i 的加持。於是當我們要想像某個不存在生物的形貌時，馬上就聽到 0 沈默哀傷的嘆息。

當我們要想像某個不存在卻可知的生物時，立刻傳來 i 調皮嘲弄的笑聲。

只因為出於自然的運算，毫無道理的 i ，或者說是遙不可及的 i 就此降臨人間，並且盤據在人類的腦海中，能夠跟這樁奇蹟媲美的，恐怕只有生命誕生這麼神秘的事件而已。

不幸，當李伯夢略懂以上這些人事時，已經太晚了。從那個寒冷的下午開始，來自烏茲行星的老埃，便已潛入他的體內，不且蟄伏了十年之久。

在上述引文中，我們發現賀景濱也利用 0 對比 i ，大大地發揮他對於實存 vs. 虛無的哲學想像了。

不過，李伯夢的「老埃焦慮」在數學家努力為它賦予意義 (make sense) 或尋求「再現」 (representations) 後，¹會逐漸地被視為庸人自擾，因為此時數學

¹ 按學科之不同，“representation”的中譯，至少有「再現」（文化研究），「表現」（數學）以及「表

家已經將它視為「數（目）共和國」(Republic of Numbers) 的合法公民了。這一精彩論點可參考卡普蘭的《從零開始》。

七、卡普蘭：《從零開始》

在這一本數學普及書籍中，作者卡普蘭 (Robert Kaplan) 主要說明 0 概念的演化，不過，他的書寫則是採取數學文化史 (cultural history of mathematics) 的進路：

想遷居到數共和國的移民，要如何取得公民資格呢？我們可以想想字詞 (word) 和理念 (idea) 的情形。新字就像小狗，老是在我們身邊打轉嬉戲—第一個月我們會「煩得跳腳」，等到第二個月，會「氣得想殺人」—但多年後，少數會變得穩重並成為我們的良伴，而且仍有少數可以達到極其重要的地位，使我們無法想像以前無法使喚牠們的情形。至於大大小小的理念：五十年前曾有「權力歸花兒」的理念—而今安在呢？佛洛依德的學說在恐懼、迷惑和憎惡下慢慢確立，並且成為準則—但是他崩潰的速度又有多快：現在誰還有情結，或者誰還會把慾力 (libido) 投注到父職人物身上呢？

但是，數共和國遠比語言或理念的世界要來得保守：它就像瑞士一樣不樂意接納新成員，又像黑手黨一樣，一旦宣誓加入，就別想脫身。以無理數為例，它最初曾被畢氏學派視為罪惡的秘密，而它們在揭曉後，也徹底動搖了希臘人的信心。但是二千五百年後，我們已經不能沒有無理數，即使它們的存在意義至今仍有爭議。至於虛數呢，遠從海龍和丟番圖的時代開始，富有冒險精神的數學家就已經開始思考負數的平方根，但是每當方程式出現這種解時，它們都會被稱為是虛假的，而那些方程式也會被判定為無解。後來到了文藝復興時期，人們才開始用虛數來進行計算，即是它們是虛假的也一樣。1673 年，偉大的密碼學家沃利斯 (John Wallis) 曾說，虛數也許是想像的，但它們跟負數一樣可能存在；現在它們已經跟實數在數共和國的街道上共處，不會引人側目，不過它們仍具有其名稱的特徵。

數共和國的特色在於，如果某物要成為一個數，它就必須要能和現存的數來往，至少要能和它們寒暄。它必須要能和其他數以常見的方式結合。零如果要跟其他數平起平坐，我們就必須了解如何用零來進行加減乘除的運算：這正是古印度數學家所做的事。結果它們促成了一種轉移，我不想說這是一種世界觀的轉變（畢竟這樣說有些過時了），我會說，它們促成一種典範 (paradigm) 的重大轉移—即用一些單純的法則，來代替五花八門的作法。在由計算方法發展出初期理論之後，零和數的關係也就愈來愈近了。

徵」(數學教育)三種。

其實，卡普蘭的文化比喻也頗有教育意義，只是一般人可能比較難以察覺吧。譬如說吧，上述這一段引文就頗能呼應偉大數學家克萊因 (Felix Klein) 的觀點：

虛數亦係負數，其強自佔入算術計算也，不特未嘗獲得世人之承諾，抑且與算學家之始願相違，但終於以日積月累之功，在其表現效能之範圍內，流行日廣。²

八、曹開：〈小數點之歌〉

數學詩人曹開 (1929-1997) 是彰化員林人，就讀台中師範學校 (今日台中教育大學前身) 時，參加左翼老師的讀書會，被判刑坐了十年的政治牢。在獄中，他自修高等數學，因得以在現代詩的寫作之外，也自創數學詩，其中多首頗能自況囚牢心境，不過，他在逆境中求生存，也培養出超人的毅力，以及難能可貴的豁達胸襟。在此，我們只能選出兩首以饗讀者。其中，〈零與圓〉充分利用圓形與零記號的相似，進行類比與想像，他的悲天憫人情懷，溢於言表。

〈零與圓〉：

欲究人生圓或零
他畫個圓，你看成零
你畫個零，他看成圓
真是通達玄妙

有人從圓中
滾進零裡
有人從零內
鑽入圓中，愈思量愈莫名

圓看零非虛懷
零看圓非完美
圓笑零，零笑圓
是非虛實並列交融

圓成零，零變圓
相因相成，互相對應
恰似魔圈佛環渾圓
密切聯鎖不停

² 轉引自余介石、倪可權著，《數之意義》(台北：台灣商務印書館，2005 台一版三刷)，頁 16。

圓零圓，零圓零
連串滿天吉凶星斗
把那難說盡的想像
推演奧妙無窮

另外，下引的這一首名為〈小數點的詩觀〉的數學詩，則見證了他的「數理精明」與「達觀快悅」：

人類的生存從太陽的光
得到最純粹的快樂
而心靈從數學
得到清澈的照亮

這兩種事情
一是靈動的線條的考量
那是眼見的舒服
另一是數理的精明
那是心的達觀快悅

我自從心裡有數以後
總覺得應該有人出來寫有人間性
有人情味，深入淺出的數學詩
所以獨創這一條人生方程式的路途

其實，曹開以數學入詩的深層動機之一，或許是他所強調的「心靈從數學得到清澈的照亮」，亦即心靈受數學陶冶而獲得（條理的）洗滌，而這當然也呼應了柏拉圖哲學的基本主張。不過，一般的文學評論家似乎無暇顧及，實在令人不無遺憾。

九、Marion Cohen: “I don’t invent Math”

最後，我們再介紹 Marion Cohen 博士的數學詩。這一首詩引自她的詩集 *Crossing the Equal Sign*。為了存真（也為了藏拙），我們將不中譯。希望讀者經由朗讀而體會其中的節奏或律動的美。

I don’t invent math.
I don’t discover math.
I only PLAY math.

**Like I play the piano.
Playing Partial Differential Equations is like playing Lizst
Playing Complex Analysis is like playing Mozart.
Playing Abstract Algebra is like playing Vivaldi.**

**Or perhaps I PRACTICE math.
I practice and practice until I'm ready to preach.
Then I preach and preach until I'm ready to perish.**

**Is there phrasing?
Is there dynamics?
No, but there is fingering.
And there is running out of fingers.
And there's shaking out of my hands and starting anew.**

再引另一首 “Eureka!”, 顯然這是取自阿基米德的 “Eureka” (我發現了!):

**Eureka!
Pretty Eureka!
Pretty Eureka with sugar on top!
I have read the signs.
I have broken the code.**

**I collected my lemmas from every port and brought them on board.
I brought them to my country.
I see the scene, I see the act.
I have not solved the cosmos but I have solved this house.
Most of infinity is still unsolved but I have this picture.
I have this brain.**

十、結語

儘管數學和文學分處人類智力活動的兩個極端，不過，根據我們的針對敘事的結構主義方法之分析研究，這兩者竟然有著令人驚奇的類比。其實，在卡巴列夫斯基的「夫『人』自道」中，我們可以理解這兩種知識活動，如何互補地滿足人類心靈的雙重需求。

另一方面，文學家（無論是小說家或詩人，無論他們的專業身份等等）以數

學為敘事比喻，都充分掌握了數學知識的本質特性 – 確定性，因此，除了文學書寫的一些要素降低了閱讀的門檻之外，數學詩或數學小說所呈現的數學知識之真與美，倒是都獲得了讀者（無論是數學專業與否）的一致喜愛，這是其他一般數學普及作品比較難以企及的目標。

無論如何，數學也可以很文學！推動科普閱讀，的確可以從此切入。有志之士，盍乎興來！

參考文獻

Osen, Lynn (2001). 《女數學家列傳》(*Women in Mathematics*) (一版二刷) (彭婉如、洪萬生合譯，邱守榕審定)，台北：九章出版社。

小川洋子 (2009). 《博士熱愛的算式》(二版十五刷) (王蘊潔中譯)，台北：麥田出版社。

余介石、倪可權 (2005). 《數之意義》(2005 台一版三刷)，台北：台灣商務印書館。

林芳玫 (2007). 《達文西亂碼》，台北：聯合文學出版社。

林芳玫、洪萬生 (2009). 〈數學小說初探：以結構主義敘事分析比較兩本小說〉，《科學教育學刊》17(6): 531-549。

保羅·J·納欣 (2008). 《虛數的故事》(朱惠霖中譯)，上海：上海教育出版社。

高瑞夫、哈托許 (Gaurave Suri & Hartosh Singh Bal) (2009). 《爺爺的證明題：上帝存在嗎？》(*A Certain Ambiguity: A Mathematical Novel*) (洪萬生、洪贊天及林倉億合譯)，台北：博雅書屋。

曹開 (呂興昌編) (2005). 《小數點之歌》，台北：書林出版公司。

賀景濱 (2006). 《速度的故事》，台北：木馬文化事業公司。

羅伯·卡普蘭 (2002). 《從零開始》(陳雅雲中譯，翁秉仁審定)，台北：究竟出版社。

Koblitz, Ann Hibner (1983). *A Convergence of Lives. Sofia Kovalecskaia: Scientist, Writer, Revolutionary*. Boston/Basel/Stuttgart: Birkhause.

Kovalevskaya, Sofya (1978). *A Russian Childhood*. Tras. Beatrice Stillman. New York: Springer Verlag.