

## 鸚鵡定理：兩千年數學之旅

洪萬生

台灣師範大學數學系

書名：鸚鵡定理：跨越兩千年的數學之旅

作者：丹尼斯·居耶德

中譯者：漢斯

出版社：台北市究竟出版社

出版年份：2003

出版資料：平裝共 430 頁，定價 390 元

國際書碼：ISBN 957-607-942-X

書名：The Parrot's Theorem: A Novel

作者：Denis Guedj

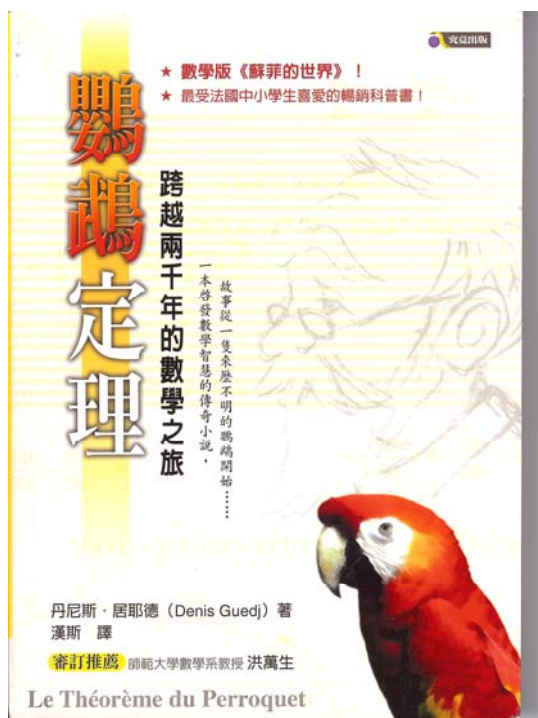
英譯者：Frank Wynne

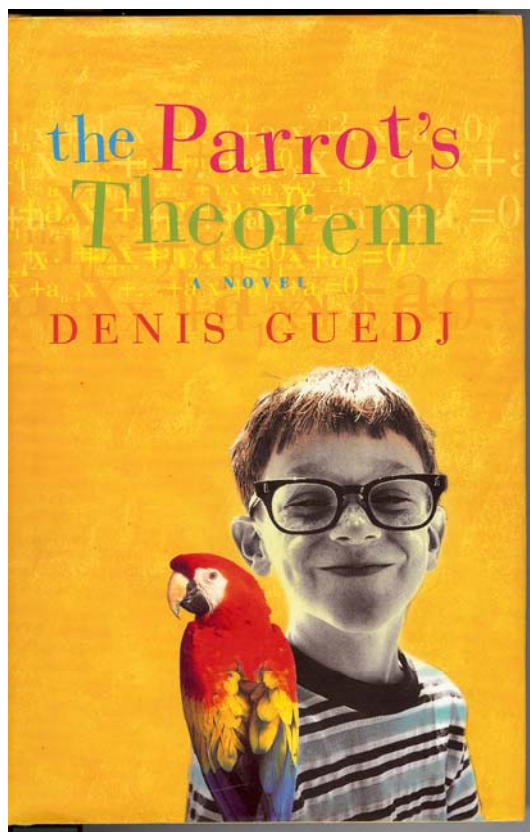
出版社：London: Weidenfeld & Nicolson

出版年份：2000

出版資料：Hardcopy, vii + 344 pp.

國際書碼：ISBN 0-297-64578-1





## 一、前言

這是怎麼樣的一本數學普及書籍，可以讓法國中小學生喜愛？2003年，當我協助審訂本書之中譯本時，就十分好奇何以本書在法國竟然與《蘇菲的世界》（一本哲學普及作品，也是小說體例）相提並論。根據本書作者簡介，丹尼斯·居耶德是巴黎第八大學教授，講授科學史與科學小說的撰寫課程。為了教導兒童與大人學習數學，<sup>1</sup>他甚至親自設計相關的課程與遊戲。此外，他也參與編導數學戲劇，還曾得獎，可見他是一位十分有「代言能力」的科（數）學史家。

目前，國際科普出版界對於小說創作這一文類，表現了非常濃厚的興趣。[參考 Alex Kasman 的數學小說網頁：<http://www.cofc.edu/~kasmana/MATHFICT/>] 本書算是相當成功的案例，值得我們注意。據說在美國科普界，一本出版品要想獲得一般讀者的青睞，就必須「剷除」所有的數學符號與公式。本書顯然不是如此，作者在鋪陳（論述）數學知識時，顯得相當從容。不過，我們也不要忘了，本書的原生地是法國而非美國。或許，一個國家的數學文化之有無，多少關連到科普書籍是否受到歡迎，值得我們反思與借鏡！

## 二、內容簡介

本書共有二十六章，再加上沒編序號的最後一章「結局」（餘音裊裊！），共

---

<sup>1</sup> 居耶德另有一本普及作品－《數字王國》(*L'Empire des nombres*, 1996)，中譯本（譯者雷淑芬）由時報文化出版公司出版，2002。又，本書附錄了作者所寫的兒童數學劇本片段。

有二十七章，內容洋洋灑灑，堪稱巨著。在最後那簡短「結局」中，作者安排了一場鳥會，地點亞馬遜雨林。當時，群鳥正在檢視鸚鵡（名叫席德尼或瑪瑪蓋娜）轉述艾勒加有關哥德巴赫猜想的證明：

在這令人屏息的靜默中，瑪瑪蓋娜正在向這場鳥會，一行一行解釋著艾勒加交託給牠的證明。月亮已經高掛天際，照亮這片空地。突然間，其中一隻鳥開始吱吱喳喳地叫，並且拍動翅膀，發出噪音。所有的鳥頭全都不悅地轉向牠，但牠仍繼續喧嘩。瑪瑪蓋娜看來很憂心，這位激烈的質問者是不是指出了，艾勒加在哥德巴赫猜想的證明中的某一點，是錯的……。

鸚鵡的「憂心」當然合理，這也是本書不得不然的結局，因為截至目前，哥德巴赫猜想 (Goldbach Conjecture) — 任何一個大於 2 的偶數，都可以寫成兩個質數的和 — 尚未解決。

事實上，這是本書的謎團之一，也是小說張力十足的原因，因為艾勒加認為他已經成功地證明了哥德巴赫猜想與費瑪最後定理 (Fermat Last Theorem)，然後，將這些（證明）秘密交付給他雨林中飼養的鸚鵡席德尼。後來，艾勒加喪生在巴西雨林中的自宅一場無名火，席德尼則被帶到巴黎。於是，神奇的巧合事件開始接二連三發生。故事場景先是在巴黎（而且主要在巴黎）（鸚鵡第一次現身），然後是義大利西西里的敘拉古 (Syracuse，阿基米德的家鄉)，最後，則是巴西亞馬遜雨林，鸚鵡回到故鄉，向群鳥「開示」哥德巴赫猜想之證明。

這隻鸚鵡被一位失聰的男孩麥克斯，無意間從跳蚤市場救回，而他的住處正好是一位巴黎的書店老闆魯西。因為麥克斯母親貝荷特（實際為養母）為魯西工作，得以帶著三個小孩（包括雙胞胎兄妹強納森和麗亞）住在書店。魯西正是艾勒加失聯五十年之久的大學同窗好友。在鸚鵡被帶回書店時，魯西恰好收到老友艾勒加臨死託「書」的來信，後者提及他已經將自己的雨林圖書館的收藏，寄到巴黎請老友保存。作者所引述的這一批藏書之內容，主要圍繞在算術、歐氏幾何、三角、代數、解析幾何、對數以及微積分等相關數學知識之發展，構成了本書之主要骨幹。

另一方面，本書（中譯版）編輯特色之一，乃是運用漫畫素描及簡短說明，提供本書主要人物介紹，依序為席德尼（又名瑪瑪蓋娜）、皮耶·魯西（巴黎 1001 頁書店老闆，八十四歲，雙腳行動不便，只能以輪椅代步）、麥克斯·里亞德（貝荷特養子，後天失聰，能讀唇語）、強納森和麗亞（雙胞胎兄妹）、貝荷特（麥克斯和雙胞胎兄妹母親，有著一段不為人知的過去）、艾勒加（亞馬遜雨林的數學隱士）、阿伯特（六十歲老翁，計程車司機）。

現在，且讓我們引述本書之目次（其中副標題也引自原書，大致切合了各章內容），並同時穿插各章內容之簡介。

1. 手中的鳥：好奇的鸚鵡、歐幾里得家庭、名叫「存有」與「空無」的兩個朋友；
2. 實際與想像：漂流的藏書與家庭密辛。

在第 1 章中，一開始是麥克斯從跳蚤市場救回鸚鵡的情節，然後，作者利用

艾勒加五十年來給魯西的第一封信中，除了提及即將從巴西寄來一噸重的數學書籍之外，還提供後來解謎之線索，也就是奧瑪·珈音 (Omar alKhayyan，或中譯為奧馬·海雅姆)、納爾西·阿爾圖西 (Nasir al\_Din al-Tusi)、塔爾塔里亞 (Tartaglia)，以及費瑪 (Pierre Fermat) 等數學家。至於一些比較有趣的書寫，則是作者利用歐幾里得的長、寬、高等三個維度，來描述里亞德一家的三個青少年。此外，艾勒加還將魯西的名字「皮耶」“Pierre” 拼成  $\pi R$  (拼音近似 pee-air)，也預留了很多數學的想像空間。第 2 章開頭是載運那一噸重圖書的船，在怒海中與暴風雨搏鬥，似乎暗示著有一些與艾勒加命運有關的「線索」，即將永遠葬身海底！回到書店，當大夥對於始終不肯開口說話的鸚鵡之身世感到好奇時，貝荷特說出她隱藏多年的家庭密辛。秘密之懸疑，永遠在鋪陳劇情之伏筆。

現在，鸚鵡終於開口說話了。在第 3 章開始，作者安排鸚鵡介紹第一位進行數學證明的泰利斯 (Thales) 之生平。然後，魯西前往國家圖書館查考泰利斯的生涯，緊接著，就是他帶著里亞德家的三位青少年（連同鸚鵡），在計程車司機阿伯特的陪同下，到羅浮宮玻璃金字塔去模擬泰利斯測量古埃及金字塔之高度。由於日本觀光客的拍照，並在回國後刊登，使得鸚鵡行蹤曝光，因此，作者才會在第 3 章的副標題中寫下「魯西先生瀕臨危險」：

3. 玻璃金字塔：泰利斯與數學的發軔、魯西先生瀕臨危險、金字塔之行。

兩週之後，由於艾勒加寄送的書籍已經安全抵達，於是，第 4、5 章之內容主要針對數學史之分期進行說明，並據以分類上架這些書籍。請參考如下目次：

4. 兩林圖書館：裝飾房間的書、數學史綱要、沒有證件的鸚鵡；

5. 數學的三個年代：千年歷程與應得的早餐。

作者在此所謂的三個年代 (ages) (按：ages 應該譯為「時期」比較準確)，乃是

第一階段：古希臘數學 (西元前 700 年至西元 700 年)

第二階段：阿拉伯數學 (西元 800 年至 1400 年)

第三階段：西方文明世界的數學 (西元 1500 年至 1900 年)

其中，作者對於阿拉伯數學，更是情有獨鍾！他花了相當多的篇幅介紹此一階段數學，應該是著眼於意在言外的隱喻吧。

艾勒加致魯西的第二封信（也是最後一封），是由艾勒加居住的瑪瑙斯警察局轉寄過來，那是從燒焦的瓦礫堆中所找到。其中，艾勒加說明了他在亞馬遜雨林中、「為了逃離生死的循環，我沈浸在純粹的、永恆的觀念之中。」「面對大自然的可怕力量，我在最純粹、最基本的知識裡找到平靜。」「我決定證明兩個特殊的定理，因此我投入全部的時間日以繼夜地努力，但以挑燈夜戰的時候居多。最後，我成功地證明出這兩個定理：最古老的費瑪〔最後〕定理，以及最知名的哥德巴赫猜想。」但是，他卻選擇將證明的結果保密，不過，就像畢氏學派的門徒一樣，他交付給一個能將其熟記在心的忠實朋友。在這個關聯下，作者引進了畢氏學派的故事（含秘密知識如無理數不外傳等）。請看第 6、7、8 章目次：

6. 朋友與敵人：第二封信、可疑的死亡與費瑪的最後定理。

7. 數目的遊戲：畢氏學派、秘密儀式與數的樂章。

## 8. 分數罷了：無理數、想像之旅與證明不可能。

其中，數學與音樂之關係、有關 $\sqrt{2}$ 是無理數之證明，當然都是作者不會輕易放過的數學素材。

在泰利斯和畢達哥拉斯之後，希臘數學史篇的主角，就輪到歐幾里得與他的經典作品《幾何原本》上場了。事實上，這就是第9章的主要內容：

9. 航向亞歷山大港的夜船：黑領帶、白沙與歐幾里得《幾何原本》簡介。除了亞歷山大港的歷史背景說明之外，作者也充分利用譬喻手法，說明「定義」：就像戲劇一樣，《幾何原本》的前幾行首先敘述幾何學的十三幕偉大故事中的角色，這是歐幾里得定義的角色。

而為了避免循環論證，希臘人認為任何演繹科學之建立，必須先接受幾組先驗的陳述，而這也正是《幾何原本》中所提供的公理 (common notions) 和設準 (postulates)。儘管這些題材對於一般讀者來說稍顯枯燥，不過，作者鋪陳實質數學知識內容的決心，看起來始終堅定！

不過，這也要看題材是否可行。譬如一涉及阿波羅尼奧斯的圓錐曲線時，作者就選擇一筆帶過了。利用此一空檔，下廚烹煮義大利燴飯與燉雞，犒賞自己與家人，或許可以閒聊一些數學史的小插曲了。譬如希臘人何以那麼熱愛辯論？那麼重視論證？在第10章中：

## 10. 義大利燴飯與燉雞：阿波羅尼奧斯與希巴克斯、三角學的興起，精彩的辯論和有意義的咖哩飯。

作者非常簡短地介紹了希巴克斯 (Hipparchus，三角學之父)、托勒密 (Ptolemy)，以及海芭蒂亞 (Hypatia，第一位女數學家)。為了海芭蒂亞的悲劇故事，作者也簡述了托勒密王朝 (最後的統治者就是埃及豔后克里奧佩特拉) 的歷史背景。此外，他以順便介紹印度數學家婆什迦拉 (或婆什迦羅) 的女兒麗羅蛙提 (Lilavati) — 後來，婆什迦拉的一部數學經典就以女兒的名字為題。因此，在本章結束之前，作者就順勢提及還有所謂的「非西方」，如埃及、巴比倫以及中國的數學文明。

第11章主要介紹古希臘三大尺規作圖難題，亦即三等分一角、化圓為方，以及倍立方體：

## 11. 三個難題：雅典的瘟疫，喜庇亞斯、希波克拉底和柏拉圖與古代的三大數學問題。

其中，還特別說明「倍立方體」問題如何連結到雅典瘟疫傳說，以及柏拉圖訓誨中所涉及的數學嚴密論證之宗教意義。當然，作者也免不了提及喜庇亞斯如何利用機械曲線協助尺規作圖。

緊接著希臘數學之後，作者利用第12、13、14章來說明阿拉伯數學。在第12章中，作者先介紹奧馬珈音 (或奧馬海亞姆) 的代數貢獻，以及他著名的四行詩集《魯拜集》：

12. 大玻璃升降機：阿拉伯世界的數學，詩、代數與奧馬珈音  
大玻璃升降機屬於巴黎阿拉伯文化中心，魯西前來此地收集資料。至於奧馬珈音

成爲本章主題，乃是由於艾勒加的提示。或許正因爲如此，直到下一章—第 12 章，他才介紹稍早的阿爾花拉子密：

13. 零的故事：零的力量、婆羅摩笈多、阿爾花拉子密及茶道。

作者認爲如果說泰利斯是第一位希臘數學家，那麼，阿爾花拉子密就是第一位阿拉伯數學家。他還進一步說明阿爾花拉子密所「發明」的 al-jabr（即 algebra 的語源）的意義，譬如針對未知數，他轉述說：

對於我要找的東西，我先命名。但因為我不知道那是什麼，我就稱之某物。這就是未知數，也就是現在數學家或許稱爲 x 或 y 的東西。藉由對某物的命名—雖然你不知道其值為何—他可以如同其他數字一樣運算它。他的策略是藉由假設其已知一般來計算未知值。他對它做加減乘除，試圖找出其值。找出未知值是代數奇妙之處。

此外，他也澄清所謂的「阿拉伯數碼」應該正名爲「印度—阿拉伯數碼」（Hindu-Arabic numerals）才是，這是因爲印度人不只發明了這十個數碼，還率先討論零 (0) 是否可以充當除數！

由於奧馬珈音年少時與兩位同窗尼扎姆、哈山薩巴的故事之傳奇與隱喻，所以，作者又另列一章深入說明奧馬珈音（或奧馬海亞姆）的貢獻：

14. 第五設準：東京的歹徒、門納勞斯和納西爾·阿爾圖西，解釋的三角學和幸運的推車。

這裡所謂「第五設準」，是指歐幾里得《幾何原本》中的第五個設準 (postulate)，由於它的表達形式（與本書不同，但內容等價！）複雜到不像其他設準之「不證自明」(self-evident)，因此，從古希臘時代開始，數學家一直想證明它是一個多餘的設準。後來，十九世紀非歐幾何的現身，見證了這些數學家的徒勞無功！其中，當然包括了奧馬珈音和納西爾·阿爾圖西。不過，他們兩人乃至於其他阿拉伯數學家，卻在這一方面留下了可貴的資產。

在阿爾圖西被蒙古人俘虜之後沒多久，巴格達也無法倖免於難，於是，以巴格達爲重鎮的阿拉伯數學世紀，終於劃上句點了。

然則何以作者對於奧馬珈音的傳奇特別感興趣呢？它的三人組之秘密究竟是什麼？有可能用以解開艾勒加死亡的謎團嗎？

此一懸案未破，因此，第三階段的開端還是從「秘密」（數學家將解題方法密藏，待價而沽）談起，然後，作者將整個代數方程式理論發展的核心內容，分佈在第 15、16、17 章之中：

15. 秘密與謊言：費波那契數列、塔爾塔利亞、卡丹諾與費拉里，歸於零以及追捕麥克斯。

16. 少即是多：記號與符號、虛數與求解卡丹諾方程式。

17. 名聲：阿貝爾與加羅瓦、巴黎科學院和期盼已久的證明。

第 15 章以三次方程解法的恩怨爲主軸，其中涉及十六世紀主要是義大利數學家塔爾塔利亞 (Tartaglia)、卡丹諾 (Girolamo Cardano) 與費拉里 (Ludovico Ferrari，卡丹諾徒弟，成功地求解四次方程)，但也追溯到十二世紀的費波那契

(Fibonacci) 與十五世紀的帕西歐里 (Luca Pacioli)。以這些成果為基礎，作者在第 16 章先是介紹代數記號，然後，再引向與虛數記號有關的卡丹諾公式。虛數這個一開始算是虛擬 (imaginary) 的概念，所以讓數學家無法迴避的原因之一，正是源自義大利數學家邦貝利 (Rafael Bombelli) 延續卡丹諾有關三次方程求解公式之研究結果。至於第 17 章，則主要介紹阿貝爾和加羅瓦的悲劇一生。在本章結束時，作者將了結加羅瓦的那兩顆子彈，呼應到第 15 章一開始所提及的殺傷塔爾塔利亞的軍刀。

第 18 章標題顯然出自定積分 (無限多「無限小量」的總和) 之定義：

18. 無限大與空無之間：笛卡兒、巴斯卡與費瑪，解析幾何與數論，牛頓、萊布尼茲與微積分。

因此，作者「回頭」安排本章，顯然意在介紹微積分及其先前所需之基礎如解析幾何，無怪乎法國數學家如笛卡兒和費瑪，就大行其道了。事實上，本章故事之開展，完全以費瑪為中心，作者安排了認識費瑪的四個風標：機率、解析幾何、微分和數論，並逐一簡要說明，於是，巴斯卡、笛卡兒，乃至於牛頓、萊布尼茲遂一一登場了。

由於本書故事是一連串的巧遇所引發，所以，作者在第 19 章開始，還是先討論費瑪、巴斯卡曾參與解決的古典機率「點數問題」(problem of the points)，然後，再討論數論及費瑪最後定理之源起：

19. 窄小的頁框：巴斯卡和機率，數論與費瑪最後定理。

在本章最後，作者還引進傳說的丟番圖墓碑問題，計算得知丟番圖享壽 84 歲！而艾勒加和魯西也都是 84 歲！

在第 20 章開始，鸚鵡終於被跟蹤的歹徒從魯西家抓走了，只留下一撮羽毛：

20. 一撮羽毛：天空的  $\pi$ ，尤拉和神奇數  $e$ ，納皮爾、對數與一場中風。

在尋找鸚鵡的同時，魯西開始檢視有關尤 (歐) 拉的貢獻，尤其是尤 (歐) 拉有關圓周率  $\pi$  的研究成果：

$$\frac{\pi^2}{6} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots$$

再順便介紹追求圓周率近似值的部份歷史，以及尤 (歐) 拉所發現的最漂亮數學公式：

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

正因為如此，作者又介紹了尤 (歐) 拉數  $e$  及納皮爾 (Napier) 的對數。在本章中，作者還提及尤拉 (歐) 的很多故事，譬如他的房子曾遭祝融，畢生心血全毀，有賴他驚人的記憶力 (儘管他晚年幾近全盲狀態)，而復原他自己的創作。他有很多研究成果記錄在他給朋友的信函之中，其中包括哥德巴赫。尤 (歐) 拉在 1783 年中風而死。

尤 (歐) 拉幾乎解遍了十八世紀的重大數學問題，其中當然包括哥德巴赫猜想與費瑪最後定理。第 21 章開始，作者再度引述艾勒加的誓言：「一個尚未證明的猜想——一個猜想——是個簡單的陳述，是全世界的人都視為理所當然的事，卻沒



有人能夠加以證明。這才是我要的挑戰！」顯然，空談不如實證，布丁的味道 (the proof of pudding) 吃了才知道！而這正是本章的標題：

21. 布丁證明：哥德巴赫猜想，費瑪第二定理、不求回報的愛，以及費瑪最後定理如何挽救一條生命。

由於這兩個命題之證明都太難以處理，因此，作者只是引述一下部份數學家企圖證明的經過。

現在，整個故事似乎已經到尾聲了。作者在第 22 章總結三個古希臘作圖難題時，以巴黎科學院不再受理相關問題為例，指出：「數學家是何時開始停止尋求所有事物的解答，開始接受有些東西是沒有答案的想法？數千年來，希臘和阿拉伯數學家，以及後繼者都相信有解答。是什麼改變了他們？」事實上：

22. 數學沒有不可能的事：三個希臘數學難題與突兀的意外。

人世間亦然，麥克斯繼鸚鵡之後也被綁架！於是，魯西在阿伯特陪同下，赴約到西西里，設法贖回麥克斯與鸚鵡。所謂的第三人終於現身：

23. 第三人：第三者、秘密畫廊與艾勒加的忠實友人。

這第三人原來是艾勒加、魯西在索邦大學時代認識的咖啡館店員－奧塔維歐。艾勒加崇拜畢達哥拉斯，魯西崇拜泰利斯，至於奧塔維歐則崇拜阿基米德－他的鄉親！此時，奧塔維歐已經成為鉅富，他曾與艾勒加在雨林一起作黃金買賣 (gold bach (將 Goldbach 拆開) 是黃金河的意思)。由於他能力「買到」所有的珍奇寶物，於是，他的慾望就動到艾勒加的「稀有」證明身上了。至於他為什麼綁架了鸚鵡又綁架了麥克斯呢？那是因為鸚鵡堅持：「沒有律師在場我不說話」(而這也是牠在魯西家所說的第一句話！) 所以，他只得再把麥克斯綁來。

在西西里，奧塔維歐以非常感人的方式，述說他如何深受阿基米德的數學成就以及協助抵抗羅馬人的入侵所感動：

24. 多即是少：阿基米德，以及敘拉古圍城、彈道學的發軔與失敗的嘗試。不過，讓麥克斯誘導鸚鵡說出秘密，終究還是失敗。於是，奧塔維歐強迫魯西、麥克斯及鸚鵡一起前往雨林，看看熟悉的環境，能否讓鸚鵡回憶起來：

25. 清澈湛藍的天空：雨林上的高空、孤鳥、午後的滅絕。

然而，回到亞馬遜雨林之後，逼迫鸚鵡吐實的最後努力，終究還是功敗垂成，在鸚鵡逃回雨林時，奧塔維歐也因心臟病發作死亡。同時，貝荷特也從巴黎傳來新聞：費瑪最後定理已經被英國數學家安德魯·懷爾斯 (Andrew Wiles) 證明出來了。最後，回到巴黎魯西家：

26. 踏腳石：一家團聚，向席德尼與某些解釋舉杯致敬。

根據貝荷特的判斷，艾勒加應該越過黃金河的踏腳石了。

### 三、評論

本書一開始艾勒加寫給魯西的信，顯然模仿了法國天才數學家加羅瓦決鬥前夕留下給朋友的遺書之版本。作者在這一部小說中，安排了兩條敘事軸線，一條是數學史紀事，另一條則是圍繞在魯西身旁的小說故事，圍繞在破解艾勒加的生



死之謎，因此，也讓本書所選擇敘述的幾位數學家傳奇，譬如畢氏學派與守密傳統等等，顯得相當自然。此外，如瓦理斯 (Wallis) 破解保皇黨密件，也扣緊了本書角色與情節 (頁 289)。再有，作者凸顯阿拉伯數學家奧馬珈音 (或奧馬海亞姆)，一方面當然表示他對阿拉伯數學貢獻的高度肯定，另一方面，顯然也是隱喻魯西等「同窗」三人組，以及後來的暗殺行動。在隱喻的運用方面，如 Goldbach (哥德巴赫) 拆成 gold bach (黃金河)，趣味十足，令人莞爾。又如尤 (歐) 拉家曾遭祝融之災，有賴他的記憶力，才得以迅速恢復研究，同時，他致友人 (包括哥德巴赫) 的信函也保存了他的部分研究成果。這個插曲經由艾勒加致魯西的信函，也在小說的敘事中得到呼應。

有關角色安排，值得注意的有鸚鵡 vs. 麥克斯的對比，其中鸚鵡能討論數學但不輕易說話，麥克斯失聰但可以讀唇語。因此，這兩個角色何時與如何發聲，始終充滿了戲劇張力！

儘管這本小說戲劇性十足，不過，作者絕不迴避數學知識 (或理論) 之說明，即使他較少刻意說明數學之應用。顯然由於他以數學史為題旨，按魯西與艾勒加的藏書索引卡之對話方式進行歷史敘事，其中艾勒加的內容完全數學化，魯西的說明則比較直觀：「這個數學編年史無法神奇到讓他理解每個數學概念—這也不是數學史的作用。他只是想讓自己熟悉各種主題，好在稍後能有效地處理各種數學內容。」(p. 84) 譬如有關  $\pi$  是無理數乃至超越數的問題，魯西就盡其所能地說明，至少給了讀者一個相關知識的輪廓。(頁 361-362)

總之，這是一本十分精彩的數學小說。正如前述，作者相當成功地安排兩條敘事主軸，情節既平行對比，又互相烘托呼應，還有，他始終以豐富的意象，融數學與數學史於小說故事情節之中。對於稍有一點數學史素養的讀者而言，本書還表現了極為難得的洞識，可以豐富史學的理想。事實上，作者要不是擁有豐富的數學史與文學創作經驗，恐怕是沒有能力完成此一巨著的。

本書最後，作者讓逃回雨林的鸚鵡召集鳥會，驗算他所記住的哥德巴赫猜想之證明……。

#### 四、餘話

就筆者孤陋所知，歐美學者運用小說文類，以進行數學普及著述，最早似乎可以追溯到 David E. Smith 的 *Number Stories of Long Ago* (中譯本《數字的故事》，由彭婉如、洪萬生編譯，台北：南宏圖書公司，1986)。由於本書訴求對象設定為小學生或一般讀者，因此，親切簡單的對話形式，遂成為本書的特色之一。儘管如此，人物 (角色)、場景以及情節的安排，還是至關重要！請參看本書第一章的開場白：

在海邊一棟木頭房子裡，巨大的石造壁爐發出又暖和、又舒適的氣氛。古教授坐在他專用的安樂椅中，膝頭上是一本攤開的大書，書上面有好多奇特的圖片，還有奇形怪狀的一些文字。

古教授專心地看著書，忽然一陣喧嘩，蒂絲跳舞一樣地從門外進來，後

面跟著一大群小朋友。原來是在海邊玩膩了，想換換口味。

「拜託嘛，上床之前再講一個老故事好嗎？」蒂絲先開口。

「一個字也不講。」古教授存心作弄他們。

「喔，拜託嘛。」蒂絲也有磨功。

「只一個，絕不賴皮。」小朋友異口同聲。

「嗯，好吧，但是只此一個。」其實古教授也知道自己最後一定會投降的。「把椅子搬靠近一點，再放一大塊木頭到火爐裡，好了，我們就聽聽阿清、庵安和曼納斯的故事。」

木頭在火爐中燒得劈劈啪啪響，小朋友都乖乖地坐在古教授身邊，每隻小眼睛都充滿了熱切與興奮。

還有第十章（最後一章）〈有趣的數學謎題（下）〉：

「你們有豐富的想像力嗎！」古教授問道，「或者一點想像力也沒有呢？你們該不會屬於那些被拒於於門外的人吧。今晚仍然熱鬧，木屋中還會有各處來的英雄好漢，你們得好好聽一聽他們的智慧言語，才不虛此行呀。」

「會的，我們會的，請放心吧。」小朋友早已等不及了。

「好，我要開始講今晚的故事了。」

以下是第二晚的古今中外大盛會：

「貓頭鷹仍如昨晚一樣，睜大眼睛看著好多人一一進入木屋，沒錯，正是昨晚那些人。他們才跨過門檻，爐火就開始轉旺，木屋裡立即洋溢著溫暖舒適的氣息。……

『接著兩晚的相聚，實在是十分難得的緣分。』阿清說道。

『是呀，不分古今中外，對數學的興趣把我們連在一起。我有豐收的感覺。』穆罕默德說。

『雖然我們原本用的數字不同，計算的方式也相異，但是互相學習觀摩，再經有心人士改進發明，數學才可能冠上那麼美好的稱號。』約伯說。

『什麼稱號？』

『數學是科學之母！』約伯回答。

約伯話聲才落，森林外邊又響起悠遠的鐘聲，霎時木屋中的人們立即消失了蹤影。火爐也不再發出任何光芒。這一切是夢境嗎？為什麼火爐內竟有那麼多的灰燼？雖然椅上已空無一人，但是整齊的椅子排列，又為何變得凌亂無序了呢？

貓頭鷹眯著雙眼，兔子、松鼠活繃亂跳，陽光透過葉隙，溫暖而無言地灑下千千萬萬個光影。」

### 優秀數學科普作品的指標（暫訂）

### Indicators for good popular mathematics books (tentative)

指標以五顆星 ★★★★★ 為最高品質。

1. 知識的實質內容 (Intellectual substance of knowledge)
  - (1) 認識論面向 (Epistemological aspect) : ★★★★★
  - (2) 歷史或演化面向 (Historical or evolutionary aspect) : ★★★★★
  - (3) 哲學面向 (Philosophical aspect) : ★★★
  - (4) 教育改革面向 (Education reform aspect) : 不適用
2. 形式或表達 (Form or representation)
  - (1) 創新手法 (Innovative approach: new story on old stuffs) : ★★★★★
  - (2) 數學知識的洞察力 (Insight into mathematical knowledge: inspiring and revealing) : ★★★★★
  - (3) 忠實可靠的參考文獻 (Integrity with references) : ★★★★★
  - (4) 敘事的趣味性、可及性與一貫性 (Narrative in an interesting, accessible and coherent way) : ★★★★★
3. 內容與形式如何平衡 (Balance in Content vs. Form) : 針對下列三個年齡層閱讀大眾，考量（知識活動）內容與形式（包裝）的不同平衡點。
  - (1) 兒童層次 (for kids) : ★★
  - (2) 青少年層次 (for adolescence) : ★★★
  - (3) 一般社會大眾 (for general public) : ★★★
4. 摘錄本書最精彩片段 (excerpt from the most exciting passage) :

他決定按照年份與主題分類：某本書將根據他首次出版的日期與主題分類。他首先必須將數學史劃分成主目次，再按照不同的主題分成次目。由於新的學門總是隨時間演化，某個年代目次的次目錄也不一定會相同。有些數學觀念會變得無用而逐漸消失，有些則會被別的觀念吸收，因而產生嶄新的觀念。建立這個分類系統有如重新建立數學史的架構。除了數學，魯西先生也必須研讀地理和歷史才能完成它。(p. 69)

就像戲劇一樣，《幾何原本》的前幾行首先敘述幾何學的十三幕偉大故事中的角色，這是歐幾里得定義的角色。(p. 142)

在歷史上，有些遇到無法解決難題的數學家會悄悄使用非正規的方法。因此，他們不再受限於一樣的規則，而使用令人困擾但有效的方法。後繼的數學家會拓展數學領域來涵括這些新方法。

沒有「純粹的符號」這回事。寫下「不可能」就是將其納入控制，敢於懷疑其是否存在。這樣的新方法只要不質疑既有的東西及已被證明為錯的事物，總是會被接納的。

數學革命不會摧毀原有的世界，而會建立一個能包含原本世界的新世界。(p.

264)