

數學哲學入門三書

洪萬生

台灣師範大學數學系

對於目前的大學數學系學生而言，「數學哲學」(philosophy of mathematics) 是一門可望而不可及的課程。首先，它雖然是大學數學盛宴即將結束的一盤相當精緻的「點心」，但是，由於哲學思辨的門檻不易跨過，因此，有能力品嚐的學生少之又少，儘管他們不無附庸風雅之心。其次，由於此一學門在數學系中是比數學史課程更加邊緣的學科，再加上專家養成不易，因此，可以勝任教學的師資往往必須求助於哲學學門。同時，這也很好地說明何以類似的課程如「數學基礎」(foundation of mathematics)，老早已經被掃進歷史的灰燼之中了。

在這種情況下，在數學系的脈絡中，以我自己的教學經驗為例，數學哲學只能依附在「數學史」(history of mathematics) 的課程中，成為古希臘數學哲學的延伸材料。至於十九世紀末由集合論之悖論 (paradox) 所引起的數學基礎之爭議，則由於教材內容與授課時間的平衡點不易拿捏，於是，往往只有略而不論了。當然，學生在短短的幾週上課中難以掌握「哲學思考」的要訣，也是教師必須「淺嚐輒止」的關鍵因素。不過，現成的、合宜的數學哲學教材，特別對數學系學生而言，一直都不易取得，也始終是教學的一大挑戰。

現在，有了《爺爺的證明題》(*A Certain Ambiguity: A Mathematical Fiction*) (台北：博雅書屋，2009) 和《數學恩仇錄》(*Great Feuds in Mathematics: Ten of the Liveliest Disputes Ever*) (台北：博雅書屋，2009) 這兩本普及數學作品，再加上《數學：確定性的失落》(*Mathematics: The Loss of Certainty*) (台北：台灣商務印書館，2004)，對於數學哲學有興趣的（數學系）學生，應該可以找到入門階梯了。尤其，前兩本還是數學普及書寫作品，它們的閱讀訴求是一般讀者。

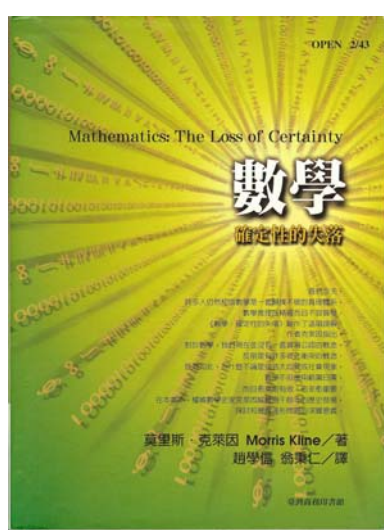
在這三本書中，《爺爺的證明題》(作者是 Gaurav Suri & Hartosh Singh Bal) 是一本數學小說，它的主旨完全圍繞在數學知識的確定性 (certainty) 及其所遭遇的挑戰。誠如兩位作者交代，他們的創作靈感源自《數學：確定性的失落》，因此，這三本入門書已經可以前後呼應。事實上，在這本小說中，作者以敘事為經，以數學知識本質為緯，在小說角色安排、情節過場中，適時切入確定性的相關議題，頗有認知方面的關懷與考量。因此，本書既然是小說，閱讀的門檻相當低，非常適合一般對於所謂的數學哲學這種知識活動感到好奇的讀者。



接著，《數學恩仇錄》（作者是哈爾·賀爾曼 (Hal Hellman)）中的第 6-9 章則是針對集合論的悖論所導致的數學家之「捉對廝殺」，提供了克羅內克 vs. 康托爾，波賴爾 vs. 策梅洛，龐加萊 vs. 羅素，以及希爾伯特 vs. 布勞威爾等「恩怨情仇」。不過，作者（科普作家）由於相信 Morris Kline 早期著作《西方文化中的數學》（*Mathematics in Western Culture*, 1953）有關數學知識確定性之論述，差點回絕了出版社的邀約，直到他讀到 Morris Kline 的晚年作品《數學：確定性的失落》（原著出版於 1980 年）（又是它！），他才赫然發現：「數學這個主題是允許有質疑和衝突的」。因此，在本書中，作者將相關人物的性格與（數學）知識本質之爭議不露痕跡地融合在一起，以十分流暢的敘事筆法，為我們訴說這些這一段曲折動人的數學故事！我們閱讀時，當然無法完全避開數學知識的相關論述，不過，本書成功的敘事一定可以引導你不知不覺地進入作者所努力經營的歷史情境之中，進而分享數學知識活動的多元面向。事實上，本書中譯本編輯出身中文系，但是，她就讀得興致盎然，完全勝任此一工作。



最後，如果還有興趣接觸數學哲學，那麼，在歷史的脈絡中，數學知識本質如何從古希臘開始到二十世紀初的演化過程，一定可以幫助我們更深刻地掌握相關問題才是。這時候，開始閱讀 Morris Kline（莫理斯·克萊因）的《數學：確定性的失落》，的確是相當合適的選擇。本書雖然並不是數學哲學專書，然而，它多少可以告訴我們哪些數學哲學問題已經塵埃落定（或者永遠沒有答案）？哪些還在不同立場中互相拉扯？不過，也許讀完本書之後，讀者會認同 Kline 所強調：「我們仍有必要去探討：儘管有著不確定的基礎，儘管數學家提出互相衝突的理論，數學為何卻仍然不可思議地有效。」至於譯者之一的翁秉仁教授在譯序中，何以指出本書是「一本反省深思之書，也是一本『危險』的書」，那就留給讀者仔細咀嚼了。



總之，如果你真地很有興趣深入數學哲學乃至一般知識論的議題，這三本書當然只是三道前菜，無法取代譬如哲學系內所開授的數學哲學正規課程。然而，配著主菜一道品嚐，說不定還相當有助於「消化」呢。至於身為中學數學教師，我想這三本入門書籍，應該足以滿足數學哲學的知識獵奇 (intellectual curiosity) 了。

參考文獻

- 洪萬生 (2004). 〈數學知識的實在與虛構：評 Morris Kline 的《數學：確定性的失落》〉，《科學人》NO. 34: 118-119。也收入洪萬生，《此零非彼 O》（台北：台灣商務印書館，2006），頁 33-37。
- 洪萬生 (2006). 〈數學哲學與數學史〉，收入洪萬生，《此零非彼 O》（台北：台灣商務印書館，2006），頁 16-22。
- 洪萬生 (2006). 〈建構主義 vs. 柏拉圖主義：親愛的老師你站在哪裡？〉，收入洪萬生，《此零非彼 O》（台北：台灣商務印書館，2006），頁 38-43。
- 洪萬生 (2009). 〈從科技爭議看數學知識成長的意義〉，〈推薦序〉，載哈爾·賀爾

- 曼 (Hal Hellman), 《數學恩仇錄》(范偉中譯)(台北:博雅書屋, 2009), 頁 3-10。
- 洪萬生 (2009). 〈《爺爺的證明題》導讀〉, 載高瑞夫、哈托許 (Gaurav Suri & Hartosh Singh Bal), 《爺爺的證明題》(洪贊天、林倉億、洪萬生合譯)(台北:博雅書屋, 2009), 頁 1-3。
- 翁秉仁 (2004). 〈譯者序〉, 載莫理斯·克萊因 Morris Kline, 《數學: 確定性的失落》(台北:台灣商務印書館, 2004), 頁 3-12。