

# 如何穿過一張明信片？

洪萬生

台灣師範大學數學系

中文版：如何穿過一張明信片 (*Wie man durch eine Postkarte steigt...und andere spannende mathematische Experimente*)

原作者：波伊特許伯赫 (Albrecht Beutelspacher)、馬庫斯·華格納 (Marcus Wagner)

封面及內頁插畫：Anna Zimmermann

中譯者：姬健梅

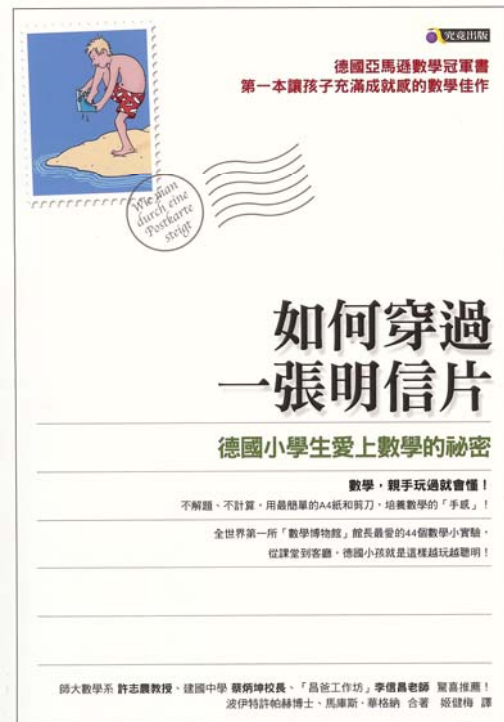
出版年：2009

出版社：究竟出版社，台北

出版資料：平裝 164 頁，新台幣 250 元

國際書碼：ISBN 978-986-137-113-9

關鍵詞：德國小學科普、摺紙、剪紙、正多面體、莫比烏斯環、數學實驗



## 一、前言

這是作者從吉森數學博物館的「數學實驗」單元中，挑選編寫而成的一本書。作者之一的波伊特許伯赫，是德國吉森 (Giessen) 大學數學系教授，又曾擔任此一博物館館長，因此，本書遂有了不同於一般趣味數學問題集的風貌，非常值得

推薦。

既然是「數學實驗」，當然需要動手作！不過，本書強調其原則越簡單越好，相當適合小孩子，有些甚至於學前幼童也可以操作。至於數學實驗的教育意義何在？作者利用物理實驗 vs. 數學實驗的對比，強調前者是用來核證自然定律，至於後者「則是用來刺激思考」，因為「每一個實驗的背後，都有相關的數學原理」，而且，「無論如何數學實驗得出的結果永遠相同！」

## 二、內容簡介

本書除了作者的〈前言〉和〈開始之前〉之外，共有四十四個實驗單元，分類成爲八章，依序如下列：

1. 幾何圖形
2. 曲線
3. 剛剛好！
4. 二度空間與三度空間
5. 骰子與金字塔
6. 反射
7. 大大小小的數字
8. 神秘莫測

第 1 章主要介紹如何利用摺紙的方法，將長方形折成三角形、將長方形折成正方形、用報紙折成平行四邊形、打一個五角結、將三角形折成六邊形，以及將正方形折成八角形。其中針對有些步驟，作者提供了適當的「數學說明」。不過，一般美勞課教師將它們視爲摺紙的 **know-how** 亦無不可。

第 2 章主題是折出或剪成曲線如拋物線、橢圓和正弦曲線等。這可能是一般美勞教師較少觸及的主題，因此，非常值得推薦。事實上，如果要想進一步發揮相關的創意，那麼，相關的數學原理之認識，就變得不可或缺了。

第 3 章主題是拼圖，依序是：(1)將一個 T 字形剪開再拼回去；(2)鑲嵌（拼）地圖；(3)五連方圖形排成正方形；(4)長方形或其他形狀等等；(5)拉丁方陣；(6)把一個十字形剪兩刀之後變成四個部份，再拼回原來的十字形或正方形；(7)用四張紙片拼成正三角形或正方形；以及(8)如何穿過一張明信片。最後這一問題當然是基於理論上，紙片可以無限切割的結果。

第 4 章的標題是「二度空間與三度空間」，不過，主題並不是那麼單一，譬如其第 1 節中，作者主要利用切線來圍出雙曲線。第 2 節利用單面的 (**one-sided**)

莫比烏斯環 (Möbius strip) 來進行幾何性質如「內(裡)面」、「外面」之觀察。接下來的兩個實驗依序是兩個圓環、兩個莫比烏斯環相黏之後的剪開遊戲。最後一節則是螺線與直圓柱之關係。

第 5 章主題是正多面體 (凸、凹都在內)，內容依序是：折紙成四面體、正六面體的邊框模型、折紙成正八面體、正廿面體、足球、五角星形燈籠、正六面體內嵌一個正四面體，以及克卜勒星。在前述倒數第二個實驗中，作者顯然意在導出四面體體積公式。

第 6 章主題是反射對稱，其內容包括三稜鏡、兩面鏡子組合而成的鏡子書、三塊鏡面接在一起的角鏡，以及字母形狀的對稱。

第 7 章的主題是一些特別的數字 (及其相關物品) 如  $\pi$ 、A4 紙、繩結三角形的畢氏數、骰子機率，以及二進位數等等。其中說明一張 A4 紙對折 42 次之後，疊起來的厚度大約是 439,805 公里，遠遠超過月亮到地球的距離 (大約是 380,000 公里)，真是令人感到驚奇！至於最後一章的主題，則是密碼。作者顯然是有意利用讀者自行製作的加密或解碼，以便指出密碼中的數學。

### 三、評論

本書可以視為一種趣味數學問題集，只不過由於一切問題都訴諸實驗，因此，讀者無論能否理解相關數學知識，大概都能融入其中，享受參與「解題」的樂趣。這種進路對於恐懼數學的學生來說，可以說是相當成功的一種呈現策略，無怪乎它會成為德國亞馬遜數學冠軍書！還有，作者在有些節之後的備註，針對本節之解說，進行一點補充或歸納，其內容儘管相當簡略，不過，對於有心的讀者，應該還是具有延伸閱讀的參考作用。

事實上，本書最精彩的敘事，在於一些選材譬如「如何穿過一章明信片？」「用一章 A4 紙抵達月球」等等，充分發揮了令人意想不到的效果。因此，本書充當一般的數學普及閱讀之讀物當然非常適合，不過，如果中小學教師願意陪伴學生在實驗之餘，「引導式地再發現」相關的數學知識，那麼，實驗作為一種數學教學改革的一種全新的進路，一定可以引起更多的共鳴才是！再者，作者在每節之前，都會體貼地提醒該節實驗是否需要較多時間，以及讀者必須準備的材料 (如果需要添購，那些也容易從勞作用品店或五金店購得)。此外，本書數學插圖非常精準，但插圖如用以開場或過場，則相幽默有趣，所謂畫龍點睛，此之謂也。

另一方面，本書也可視為互動式數學博物館的一個忠實見證。因此，國內博物館打算推出中小學科學教育活動時，就值得模仿本書作者之實驗設計。我們相

信通過這種互動的情境，學生應該十分容易親近數學的豐富面貌才是。此外，在學校的學習環境中，我們也非常期待數學與美勞教師可以利用本書之題材（譬如如何製作花燈），進行協同教學。至於在社區大學的學習環境中，我們也非常鼓勵講師開授相關課程（譬如摺紙與剪紙），通過與生活經驗結合的數學實驗活動，來接觸數學的真、善（有用）、美（有趣）。當然，本書也是親子教育的絕佳教材與參考用書。

總之，這是一本非常獨特、極有創意的數學普及作品，值得大力推薦！我們非常期待各個層次的讀者都可以從中獲益。

### 優秀數學科普作品的指標

評價方式：指標以五顆星☆☆☆☆☆為最高品質。

#### 1.知識的實質內容 (Intellectual substance of knowledge)

- (1) 認識論面向：☆☆☆☆
- (2) 方法論面向：☆☆☆☆
- (3) 歷史或演化面向：☆☆
- (4) 哲學面向：不適用
- (5) 教育改革面向：☆☆☆
- (6) 與自然科學、人文社會乃至生活經驗的連結：☆☆☆☆

#### 2.形式或表達 (Form or representation)

- (1) 創新手法：☆☆☆☆
- (2) 數學知識的洞察力：☆☆☆☆
- (3) 歷史事實的洞察力：☆☆
- (4) 異文化的啟蒙意義：不適用
- (5) 忠實可靠的參考文獻：☆☆☆
- (6) 敘事的趣味性、可及性與一貫性：☆☆☆☆

#### 3.內容與形式如何平衡 (Balance in Content vs. Form)

- (1) 兒童層次：☆☆☆☆
- (1) 青少年層次：☆☆☆☆
- (2) 一般社會大眾：☆☆☆☆

#### 4.摘錄本書最精彩片段 (excerpt from the most exciting passage)：

從數學的角度來看，只要把紙條剪得很細很細，這個洞甚至能大到讓一架飛機穿過。這是數學中常用的一種方法，用來想像無法付諸實現的東西。開始時很簡單，先從一個例子開始，然後再一步一步地把這個例子推演出去。最後我們可以想像如果把這個例子無限推演下去，會有甚麼結果。如果把明信片剪開無限多次，形成的洞就會無限大。(頁 70-71)

我們製作正八面體所用的正方形的紙，是日本摺紙藝術的基礎。傳統的摺紙術用一張正方形做出各種不同的形體，例如各種動物。如今則有種類繁多的摺紙技術，折出非常複雜的模型。向是「柏拉圖立體」之類的幾何體，已是現代摺紙術中的一個重要分支，已經開始應用在數學上。用紙所折出的結構，往往能清楚顯現其背後的數學結構。(頁 105)